



# **ENGINYERIA D'EDIFICACIÓ**

## **TREBALL FINAL DE GRAU**

### **ESTIMACIÓ SIMULTÀNIA DE CORBES DE DURABILITAT AMB RESTRICCIONS D'ORDRE I LA SEVA IMPLEMENTACIÓ EN AMPL**

**Estudiant:** Laura Moreno Basquens

**Director:** Carles Serrat i Piè

**Convocatòria:** Febrer 2013



## RESUM

Durant els darrers anys des de l'Institut d'Estadística i Matemàtica Aplicada a l'Edificació i el Laboratori d' Edificació de la Universitat Politècnica de Catalunya s'ha estat estudiant l'estat de les façanes aplicant tècniques de l'anàlisi de la supervivència (*Survival Analysis*) amb poblacions de dades de l'estat de les façanes obtingudes a partir d'inspeccions.

L'objectiu d'aquest treball és avançar en un dels punts de recerca futura proposats en el Treball Final de Màster "Determinación de estimadores de durabilidad adaptados a la edificación existente" de V. Gibert i V. Royano (2010), que planteja la incorporació en l'anàlisi de l'estimació de la durabilitat de les façanes dels edificis segons el nivell de gravetat (Baixa, Mitjana o Alta) el caràcter ordinal dels esdeveniments d'interès. Es tracta, bàsicament, d'incorporar els resultats obtinguts en estimacions per a esdeveniments preliminars (gravetats inicials) com a restriccions d'ordre en les estimacions per a esdeveniments posteriors (gravetas més avançades), per tal d'obtenir aleshores funcions de supervivència que respecten el procés de deteriorament de la lesió.

Donat que l'eina utilitzada fins ara era el R, i aquesta no té implementades llibreries que permetin l'estimació simultània ni la incorporació de restriccions d'ordre, el present treball, utilitza el llenguatge AMPL (*A Mathematical Programming Language*), un llenguatge de modelització per a programació lineal, programació entera i programació no lineal, i concretament el solver (solucionador) SNOPT que té implementat algorismes per a l'optimització en el cas de problemes de programes no lineals.

En aquest sentit, aquest treball, prèviament, desenvolupa la implementació de l'algorisme de Turnbull per a estimar la funció de supervivència per al primer esdeveniment d'interès (gravetat Baixa) i posteriorment s'implementa un nou algorisme amb restriccions d'ordre per estimar les funcions de supervivència successives per a les restants (gravetat Mitjana i Alta), ambdós amb llenguatge AMPL. De manera complementària es fa ús del servidor NEOS per a la resolució remota de problemes d'optimització de gran complexitat.

Finalment, s'il·lustra la metodologia i l'algorisme proposats amb la resolució d'un cas d'un conjunt de dades simulades que pretenen aproximar un exemple pràctic o real, i es prova que l'eina implementada resol els potencials problemes d'inconsistència de la metodologia existent.

## RESUMEN

Durante los últimos años, desde el l'Institut d'Estadística i Matemàtica Aplicada a l'Edificació i el Laboratori d' Edificació de la Universitat Politècnica de Catalunya, se ha estado estudiando el estado de las fachadas aplicando técnicas de análisis de la supervivencia (*Survival Analysis*) con poblaciones de datos del estados de las fachadas obtenidas a partir de inspecciones.

El objetivo de este Trabajo es avanzar en uno de los puntos de recerca futura propuestos en el Trabajo Final de Master “Determinación de estimadores de durabilidad y adaptados a la edificación existente” de V. Gibert y V. Royano de 2010, que plantea la incorporación en el análisis de la estimación de la durabilidad de las fachadas de los edificios según el nivel de gravedad (Baja, Mediana o Alta) el carácter ordinal de los acontecimientos de interés. Se trata, básicamente, de incorporar los resultados obtenidos en estimaciones para acontecimientos preliminares (gravedades iniciales) como a restricciones de orden en las estimaciones para acontecimientos posteriores (gravedades más avanzadas), para poder obtener entonces funciones de supervivencia que respeten el deterioro de la lesión.

Dada que la herramienta utilizada hasta ahora era el R, y esta no tiene implementada librerías que permitan la estimación simultanea ni la incorporación de restricciones de orden, el presente trabajo, utiliza el lenguaje AMPL (*A Mathematical Programming Language*), un lenguaje de modelización para programación lineal, programación entera y programación no lineal, y concretamente el *solver* (solucionador) SNOPT que tiene implementado algoritmos para la optimización en el caso de problemas de programas no lineales.

En este sentido, este trabajo, previamente, desarrolla la implementación del algoritmo de Turnbull para estimar la función de supervivencia para el primer acontecimiento de interés (gravedad baja) y posteriormente se implementa un nuevo algoritmo con restricciones de orden para estimar las funciones de supervivencia sucesivas para el resto (gravedad Mediana y Alta), ambos con el lenguaje AMPL. De manera complementaria se usa el servidor NEOS para la resolución remota de problemas de optimización de gran complejidad.

Finalmente, se ilustra la metodología y el algoritmo propuestos con la resolución de un caso de un conjunto de datos simulados que pretenden aproximar un ejemplo práctico o real, y se prueba que la herramienta implementada resuelve los potenciales problemas de inconsistencia de la metodología existente.

## SUMMARY

Recently, the *Institut d'Estadística i Matemàtica Aplicada a l'Edificació* and the *Laboratori d'Edificació* at *Universitat Politècnica de Catalunya* have been studying the followup of the facade states using survival analysis techniques for data from the built stock based on inspections.

The goal of this research work is to advance in one of the future research items proposed in the seminal work “Determinación de estimadores de durabilidad adaptados a la edificación existente” by Gibert and Royano (2010). The proposal is to introduce the order of the events of interest on the analysis of the estimation of the durability for building facades based on the degrees of damage (low, medium or high). Basically, it means to incorporate in the methodology the information on the survival rates for earlier events (e.g. initial severity) as order restrictions on the estimation of the survival function for subsequent events (advanced states of the lesion) in order to obtain estimated distributions according with the deterioration process of the injury.

The software of reference for dealing with this data has been R, until now, however R does not have any implemented packages or library that allow the simultaneous estimation of the durability for successive times and the incorporation of the order restrictions. For this reason, in this degree thesis we use the AMPL language (A Mathematical Programming Language), for modelling linear, integer and nonlinear problems, and, specifically, we use the SNOPT solver as a routine for the optimization.

As a first step, we develop the implementation of the Turnbull's algorithm to estimate the survival function for the first event of interest (low severity) and then we implement a new algorithm with restrictions to estimate survival functions for the successive events (medium and high severity), both implementations in AMPL language. Complementarily, we use the NEOS server for the remote optimization for the case of large complex problems.

Finally, we illustrate the methodology and the proposed algorithms with the resolution for a case of a simulated dataset which aims to approximate a practical or real example and we prove that the implemented tool resolves the potential problems of inconsistency. Analyses of the main contributions and a short overview of future research conclude this dissertation.



## ÍNDEX

1	INTRODUCCIÓ .....	2
1.1	Antecedents .....	2
1.2	Descripció del PFG .....	3
1.3	Contingut de la memòria.....	6
2	METODOLOGIA .....	8
2.1	Dades Censurades. Definició i tipologies .....	8
2.2	L'estimador de Turnbull .....	11
2.2.1	Fonaments teòrics. Algorisme de Turnbull.....	11
2.2.2	Il·lustració: Exemple 1.....	15
2.3	El Programa R .....	20
2.3.1	Introducció.....	20
2.3.2	Funcions <code>Icens:MLEintvl()</code> , <code>EMICM()</code> i <code>EM()</code> .....	20
2.3.3	Il·lustració: Exemple 1 (cont.).....	22
3	EL LENGUATGE AMPL .....	28
3.1	Introducció .....	28
3.2	El servidor NEOS .....	28
3.2.1	El solver SNOPT.....	29
3.3	El mètode TEA (Turnbull Estimator in AMPL).....	30
3.3.1	Càlcul dels extrems dels intervals de Turnbull amb TEA .....	32
3.3.2	Il·lustració: Exemple 1 (cont.) .....	37
4	ESTIMACIÓ DE LA DURABILITAT AMB RESTRICCIONS D'ORDRE .....	42
4.1	Introducció .....	42
4.1.1	Il·lustració: Exemple 2A .....	42
4.1.2	Il·lustració: Exemple 2B .....	45
4.2	Algorisme TEA amb restriccions (TEAR) per a temps successius .....	48
4.2.1	Il·lustració: Exemple 2B (Cont.) .....	52
5	SIMULACIÓ D'UN CAS PRÀCTIC.....	58
5.1	Introducció .....	58
5.2	Simulació de les dades .....	58
5.2.1	Els temps de fallada .....	59
5.2.2	Els temps d'inspecció.....	60
5.2.3	Els temps censurats .....	60
5.3	Estimació de la durabilitat per a dades simulades.....	62

5.3.1 Escenari I: Sense creuament.....	62
5.3.1.1 L'estimació amb TEAR des de NEOS .....	63
5.3.2 Escenari II: Amb creuament.....	67
5.3.2.1 Estimació de la funció de supervivència de <code>time_2</code> a partir de la informació de <code>time_1</code> .....	70
5.3.2.2 Estimació de la funció de supervivència de <code>time_3</code> a partir de la informació de <code>time_2</code> i <code>time_1</code> .....	70
5.4 Temps d'Execució .....	73
5.5 TEA vs TEAR .....	73
6 CONCLUSIONS I RECERCA FUTURA .....	77
7 BIBLIOGRAFIA.....	81
8 AGRAÏMENTS.....	83
ANNEX A – Taules de Resultats obtinguts amb R i AMPL .....	89
ANNEX B – Codi amb R.....	111
ANNEX C – Codi amb AMPL sense restriccions .....	123
ANNEX D – Codis amb AMPL amb restriccions .....	139



## ÍNDEX DE FIGURES

<i>Figura 1.1: Fitxa d'evolució de les lesions en funció de la seva gravetat (estimador 0022)(Gibert i Royano, 2010)</i> .....	3
<i>Figura 1.2: Funció de durabilitat de l'estimador 0022 (Gibert i Royano, 2010)</i> .....	4
<i>Figura 1.3: Resum de dades situada en la part inferior de la fitxa de l'estimador 0022 (Gibert i Royano, 2010)</i> .....	5
<i>Figura 2.1: Tipologies de dades censurades</i> .....	10
<i>Figura 2.2: Il·lustració de la funció de supervivència de resultant de l'estimador de Turnbull</i> .....	14
<i>Figura 2.3(A): Identificació dels extrems dels intervals de l'Exemple 1</i> .....	16
<i>Figura 2.3(B): Ordenació amb criteris dels extrems dels intervals de les dades de l'Exemple 1</i> .....	16
<i>Figura 2.3(C): Intervals de Turnbull per a les dades de l'Exemple 1</i> .....	16
<i>Figura 2.4: Contribucions dels intervals inicials en els intervals de Turnbull per a les dades de l'Exemple 1</i> .....	19
<i>Figura 2.5: Comandes en R per a la instal·lació dels paquets <code>survival</code> i <code>Icens</code></i> .....	20
<i>Figura 2.6: Comandes en R per a la càrrega dels paquets <code>survival</code> i <code>Icens</code></i> .....	23
<i>Figura 2. 7: Funció de supervivència estimada per a les dades de l'Exemple 1</i> .....	25
<i>Figura 3.1: Contingut dels arxius del mètode TEA</i> .....	31
<i>Figura 3.2: Diagrama del flux de TEA per al càlcul dels extrems drets dels intervals de Turnbull</i> .....	34
<i>Figura 3.3: Diagrama del funcionament de TEA per al càlcul dels extrems esquerres dels intervals de Turnbull</i> .....	35
<i>Figura 3.4: Diagrama del funcionament de TEA per al càlcul de la matriu de contribucions</i> .....	36
<i>Figura 3.5: Comandes per activar AMPL i executar l'arxiu <code>run.txt</code></i> .....	38
<i>Figura 3.6: Intervals de Turnbull i probabilitats de fallada obtinguts amb TEA per a les dades de l'Exemple 1</i> .....	38
<i>Figura 4.1: Intervals de Turnbull esperats amb R o TEA per a <code>time_1</code> i <code>time_2</code> estudiats separatament (verd) i possibles intervals que poden tenir o no un pes estudiats simultàniament amb TEAR (vermell)</i> .	43
<i>Figura 4.2: Funció de supervivència per a les dades de l'Exemple 2A per a <code>time_1</code> i <code>time_2</code> amb R</i> .....	45

<i>Figura 4.3: Funcions de supervivència per a les dades de l'Exemple 2A per a time_1 i time_2.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 4.4: Contingut dels arxius de l'algoritme TEAR .....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 4.5: Diagrama de funcionament de l'algoritme TEA amb restriccions per a temps successius .</i>	<i>51</i>
<i>Figura 4.6: Intervals de Turnbull i probabilitats de fallada i probabilitats acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a time_1 obtinguts amb TEA. ....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 4.7: Intervals, probabilitats de fallada i probabilitats de fallada acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a time_2 obtinguts amb l'algorisme amb restriccions però amb les restriccions desactivades. ....</i>	<i>54</i>
<i>Figura 4.8: Intervals, probabilitats de fallada i probabilitats de fallada acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a time_2 obtinguts amb l'algorisme amb restriccions. ....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 4. 9: Funció de supervivència per a les dades de l'Exemple 2B per a time_1 i time_2.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 5. 1: Corbes exponencials de paràmetre <math>\theta=40,60,70</math>.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 5.2: Mostra del temps de fallada per a 3 nivells de gravetat i temps d'inspecció simulats amb R. ....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 5.3: Intervals censurats per a cada nivell de gravetat obtinguts a partir d'uns temps de fallada i uns temps d'inspecció simulats amb R. ....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 5.4: Funcions de supervivència per a les tres gravetats (baixa, mitjana i alta) per a l'Escenari I amb R .....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 5.5: Pàgina web del servidor NEOS d'AMPL pel solver SNOPT.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 5. 6: Pàgina web del servidor NEOS per la recuperació dels resultats a través .....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 5.7: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats de fallada per a gravetat 1 per les dades simulades sense creuament amb TEA. ....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 5.8: Temps de fallada i temps d'inspecció per a 3 nivells de gravetat simulats amb R per l'Escenari II .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 5.9: Intervals censurats per a cada nivell de gravetat simulats amb R per a l'Escenari II. ....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 5.10: Funcions de supervivència per a les tres gravetats (baixa, mitjana i alta) per a l'Escenari II amb R. ....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 5.11: Funcions de supervivència per a gravetat 1 i gravetat 2 per a l'Escenari II corregides amb TEAR .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 5. 12: Funcions de supervivència per a les tres gravetats (baixa ,mitjana i alta) per a l'Escenari II corregides amb TEAR .....</i>	<i>72</i>

## ÍNDEX DE TAULES

<i>Taula 2.1: Taula Dades de l'Exemple 1.....</i>	<i>15</i>
<i>Taula 2.2: Intervals de Turnbull per a les dades de l'Exemple 1 obtinguts amb R. ....</i>	<i>23</i>
<i>Taula 2.3: Intervals de Turnbull i probabilitats de fallada obtinguts amb R per a les dades de l'Exemple 1.....</i>	<i>24</i>
<i>Taula 4.1: Dades de l'Exemple 2A. ....</i>	<i>43</i>
<i>Taula 4.2: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb R per les dades de l'Exemple 2A per a time_1. ....</i>	<i>44</i>
<i>Taula 4.3: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb R per les dades de l'Exemple 2A per a time_2. ....</i>	<i>44</i>
<i>Taula 4.4: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb TEA per a les dades de l'Exemple 2A.....</i>	<i>45</i>
<i>Taula 4.5: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb TEA per a les dades de l'Exemple 2A.....</i>	<i>45</i>
<i>Taula 4.6: Dades de l'Exemple 2B. ....</i>	<i>46</i>
<i>Taula 4.7: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb R i TEA per les dades de l'Exemple 2B per a time_1.....</i>	<i>47</i>
<i>Taula 4.8: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb R i TEA per les dades de l'Exemple 2B per a time_2.....</i>	<i>47</i>
<i>Taula 4. 9: Taula resum de les probabilitats de fallada i probabilitats acumulades per a time_1 respecte els intervals per a time_2, i les respectives per a time_2 calculades amb i sense restriccions, per a les dades de l'Exemple 2B. ....</i>	<i>56</i>



# 1

# Introducció

---

## 1 INTRODUCCIÓ

### 1.1 Antecedents

Actualment el manteniment dels edificis és una labor important a realitzar en els edificis existents, per tal de garantir el funcionament, durant la seva vida útil, de tot el conjunt d'elements que el formen, i a ser possible, augmentar aquesta en el que sigui possible.

Des de l'Institut d'Estadística i Matemàtica Aplicada a l'Edificació i el Laboratori d' Edificació de la Universitat Politècnica de Catalunya s'ha estat estudiant l'estat de les façanes tant en ciutats espanyoles; Barcelona, l'Hospitalet de Llobregat i Esporles (Palma de Mallorca), com ciutats estrangeres; Valparaíso, Santiago de Chile (Chile), Toulouse (França) i el Districte Federal de Mèxic. En cadascuna d'aquestes ciutats es van recollir les diferents tipologies de lesions i els elements constructius de les façanes afectades, i es va definir el grau de lesió. Així mateix, altres projectes finals de carrera han estat treballant en el desenvolupament de tècniques basades en l'anàlisi de supervivència amb poblacions de dades de l'estat de les façanes, analitzant les lesions que aquestes presentaven, i descrivint el temps fins a la lesió en funció de la magnitud, el nivell de gravetat i risc per a les persones.

L'any 2004 Susana Martín va realitzar el Projecte Final de Carrera (PFC) en el que analitzava el temps fins a la fallada en les façanes existents en l'Eixample de Barcelona i la seva gravetat. Juan Pedro Liébana i Xavier Molons (2005) van desenvolupar una plataforma d'anàlisi de la durabilitat de les lesions en les façanes amb S-PLUS, i aplicant-les a Santiago i Valparaíso, Chile. Núria Barriuso i Miquel Estupinyà (2006) en el seu TFC van catalogar i analitzar la durabilitat i el risc de les lesions en les façanes de l'Hospitalet de Llobregat. Més recentment, Vicenç Gibert i Verònica Royano (2010) van realitzar el Treball final de Màster "*Determinación de estimadores de durabilidad adaptados a la edificación existente*", que planteja la introducció de tècniques estadístiques d'anàlisi de supervivència per a l'estimació de la durabilitat de les façanes dels edificis i finalment, Mireia Díaz (2011) va realitzar un estudi de simulació en R per al disseny eficient dels temps d'inspecció en els estudis de fiabilitat en façanes.

Fins aquest moment s'ha estat treballant amb informació recollida mitjançant una sola inspecció, és a dir, els encarregats de realitzar les inspeccions a cadascun dels edificis en estudi inspeccionaven l'edifici un sol cop, obtenint així les dades en aquell mateix instant. Per tant, el que s'observava és si l'element havia fallat o no, és a dir, si la façana presentava una lesió o no, i en el cas que hagués fallat, quin era el nivell de gravetat d'aquella lesió observada.

## 1.2 Descripció del PFG

El treball que es proposa es fonamenta en el Treball Final de Màster “Determinación de estimadores de durabilidad adaptados a la edificación existente”, de Gibert i Royano (2010), que planteja la introducció de tècniques estadístiques d'anàlisi de supervivència per a l'estimació de la durabilitat de les façanes dels edificis. A l'esmentat treball s'estima per separat la corba de supervivència del temps fins a la lesió segons el nivell de gravetat. A continuació es descriuen els tres nivells de gravetat:

- Nivell de Gravetat Baixa: Estimació on es considera que l'esdeveniment d'interès (o fallada) és la presencia d'una lesió de gravetat baixa. Aquests individus en un futur poden patir una lesió de gravetat mitjana o alta.
- Nivell de Gravetat Mitjana: Estimació on es considera que l'esdeveniment d'interès (o fallada) és la presencia d'una lesió de gravetat mitjana. Aquests individus en el passat han patit una lesió de gravetat baixa i en un futur poden arribar a sofrir una lesió de gravetat alta.
- Nivell de Gravetat Alta: Estimació on es considera que l'esdeveniment d'interès (o fallada) és la presencia de una lesió de gravetat alta. Aquests individus en el passat han patit una lesió de gravetat baixa i mitjana.

En el mateix treball es desenvolupa una llibreria de funcions amb el programa d'anàlisi estadística S-PLUS, però sense tenir en compte –en l'algorisme d'estimació– el caràcter ordinal dels esdeveniments d'interès, resultant fitxes d'estimadors com el de la Figura 1.1.

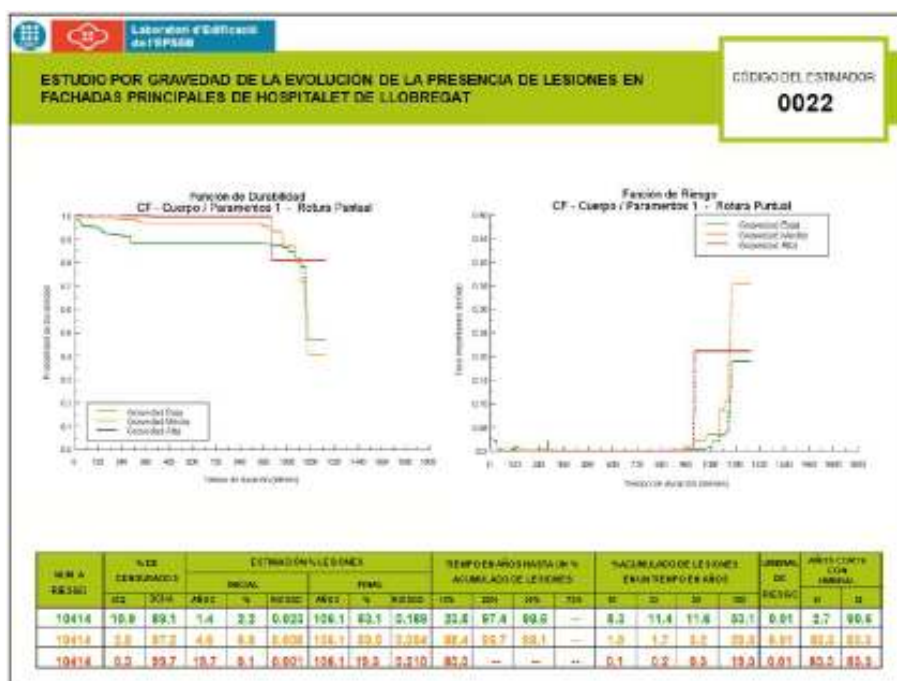


Figura 1.1: Fitxa d'evolució de les lesions en funció de la seva gravetat (estimador 0022)(Gibert i Royano, 2010)

Les fitxes estan estructurades en tres zones: una zona superior en la que es situa la capçalera per identificar el tipus d'estudi que es realitza i el codi de l'estimador analitzat, una zona central formada pels gràfics on es representen les estimacions corresponents de l'anàlisi de la durabilitat i el risc, i una zona inferior on es situa una taula resum en la que es recullen les dades associades.

La Figura 1.2 mostra la funció de durabilitat segons els tres nivells de gravetat; el color verd correspon a una lesió de gravetat baixa, el color taronja correspon a una lesió de gravetat mitjana, i el color vermell correspon a una gravetat alta.

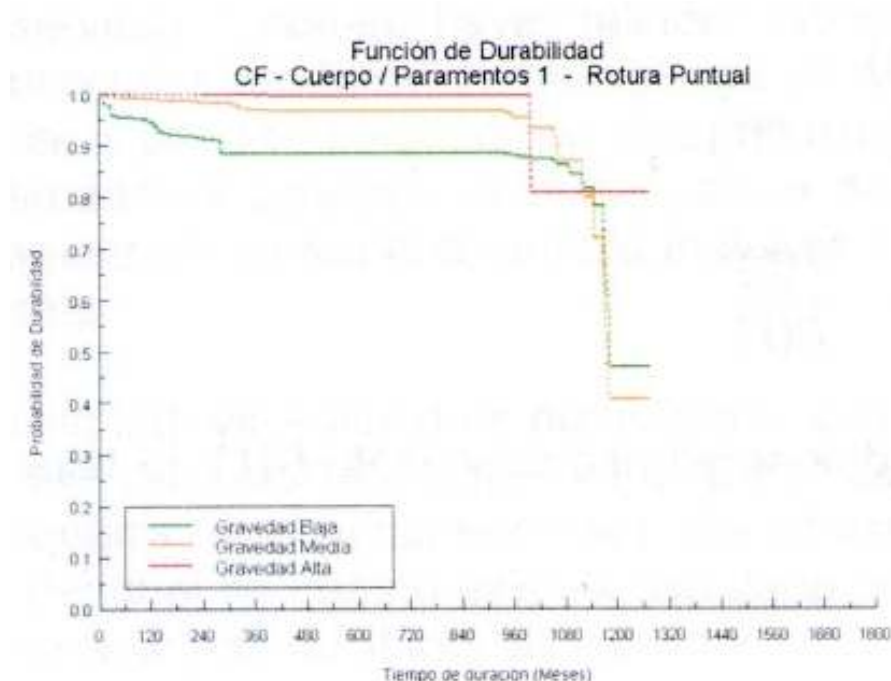


Figura 1.2: Funció de durabilitat de l'estimador 0022 (Gibert i Royano, 2010)

En aquesta mateixa figura es pot apreciar una falta de consistència, ja que en la zona dreta del gràfic es pot observar com les corbes es creuen. Així per exemple, la línia verda es creua amb la taronja aproximadament en el mes 1100 fins al final del gràfic, aquest fet ens ve a dir que la probabilitat de fallada de la gravetat baixa és inferior a la probabilitat de fallada de la gravetat mitjana, o el que és el mateix, un percentatge d'individus ha fallat per a una gravetat mitjana, però no han fallat per a gravetat baixa. D'aquí la inconsistència de l'estimador, ja que com s'ha comentat, un individu catalogat de gravetat mitjana vol dir que ha patit una lesió de nivell de gravetat baixa en el passat i pot arribar a patir una lesió de nivell de gravetat alta.

Anàlogament, el mateix passa amb la corba de gravetat alta, que es creua tant amb les corbes de gravetat baixa com mitjana entre els mesos 1000 i 1140, aproximadament. Això ens indicaria que hi ha un percentatge d'individus que hauria fallat per a gravetat alta, però no hauria patit prèviament una lesió de gravetat baixa o mitjana.



La taula inferior de la fitxa conté per a cada tipus d'anàlisi unes dades que resumeixen i expressen l'evolució de les fallades, diferenciades per els mateixos colors que les expressades anteriorment respecte el nivell de gravetat.

NUM. A RIESGO	% DE CENSURADOS		ESTIMACIÓN % LESIONES						TIEMPO EN AÑOS HASTA UN % ACUMULADO DE LESIONES				%ACUMULADO DE LESIONES EN UN TIEMPO EN AÑOS				UMBRAL DE RIESGO	AÑOS CORTE CON UMBRAL	
	IZQ	DCHA	INICIAL			FINAL			10%	25%	50%	75%	10	25	50	100		t1	t2
			AÑOS	%	RIESGO	AÑOS	%	RIESGO											
10414	10.9	89.1	1.4	2.2	0.023	106.1	53.1	0.189	23.6	97.4	98.6	--	5.3	11.4	11.6	53.1	0.01	2.7	90.6
10414	2.8	97.2	4.6	0.8	0.008	106.1	59.5	0.354	88.4	95.7	99.1	--	1.0	1.7	3.2	59.5	0.01	83.3	83.3
10414	0.3	99.7	19.7	0.1	0.001	106.1	19.3	0.210	83.3	--	--	--	0.1	0.2	0.3	19.3	0.01	83.3	83.3

Figura 1.3: Resum de dades situada en la part inferior de la fitxa de l'estimador 0022 (Gibert i Royano, 2010)

La primera columna indica el nombre d'individus que poden sofrir la lesió en estudi, i com es pot observar són els mateixos per a tots els nivells de gravetat. A continuació, li segueix el percentatge d'individus censurats per l'esquerre i per la dreta per a cada nivell de gravetat, o el que és el mateix, quin és el percentatge d'individus que ha fallat per a cada gravetat. La quarta columna es situa el temps en anys fins un percentatge acumulat de lesions. Aquestes dades indiquen com es distribueixen les lesions al llarg del temps per a un determinat element. La següent dada és el percentatge acumulat de lesions en un temps en anys, i permeten observar les lesions que es produeixen més ràpidament que d'altres. La columna del llindar de risc, fixat a 0.01, s'estableix com a base per a decidir, si el risc efectiu calculat és assumible o acceptable. I finalment, l'última columna mostra els anys de tall del llindar de risc en els punts  $t_1$  i  $t_2$ .

Explicada la taula, si s'observa la columna de percentatge acumulat de les lesions, i més concretament a l'any 100, es pot notar numèricament el que s'ha comentat de la Figura 1.2, és a dir, es pot veure com el percentatge de fallada per a la gravetat baixa (53.1%) és inferior al percentatge de fallada per a la gravetat mitjana (59.6%).

És per aquest motiu, que aquest treball proposa l'obtenció de l'estimació imposant un ordre entre els tres nivells de magnitud, i per tant, estimar de forma simultània les tres funcions de supervivència sotmeses a unes restriccions d'ordre, i per tant, aconseguir que no hi hagi una falta de consistència.

Existeixen llibreries en el programari R, software lliure similar al programa comercial S-PLUS, que permeten l'estimació de forma separada, és a dir, per a cada nivell d'afectació de la lesió, o nivell de magnitud de la mateixa, per dades de la mateixa tipologia plantejada (dades censurades), però no permeten ni l'estimació simultània ni la incorporació de restriccions. És per això que en el present treball es desenvoluparà i s'implementarà un algorisme que treballi amb dades censurades en un interval, censurades per l'esquerra o per la dreta, o amb observacions exactes, en llenguatge AMPL per a estimar de forma simultània les tres funcions de supervivència sotmeses a les restriccions d'ordre.

### 1.3 Contingut de la memòria

El present projecte s'estructura en quatre blocs; Metodologia, el llenguatge AMPL, l'estimació de la durabilitat amb restriccions d'ordre i la simulació d'un cas pràctic.

A l'apartat de Metodologia s'explica amb detall la tipologia de dades que són objecte d'estudi en aquest treball. L'anàlisi de les corbes de supervivència amb l'estimador de Turnbull, tot explicant el seu algorisme, i quines llibreries i funcions existeixen en el programari R per a dur a terme aquest anàlisi, mostrant exemples il·lustratius per a una millor comprensió dels conceptes.

En el següent apartat, s'explica amb detall en que consisteix el llenguatge AMPL, i quins *solvers* existeixen que ens siguin d'utilitat per a estimar les funcions de supervivència, i quins avantatges presenta respecte el programa R. Per altra banda, implementem l'algorisme de Turnbull amb llenguatge AMPL, per tal de reproduir les estimacions de supervivència com ho fa R.

En el Capítol 4 veiem, amb exemples il·lustratius, la necessitat d'implementar un nou algorisme per estimar les funcions de supervivència amb un caràcter ordinari entre els esdeveniments amb llenguatge AMPL, per tal de resoldre problemes d'inconsistència tal com el de la Figura 1.2.

I finalment, en el Capítol 5 simulem un cas pràctic amb dos Escenaris diferents per veure com els algorismes plantejats en el treball són d'utilitat quan, al estimar les corbes de supervivència separatament, resulten inconsistents, i amb aquests es poden estudiar les mateixes, aplicant unes restriccions d'ordre, i solucionar el problema d'inconsistència que presenten quan s'estudien independentment.

# 2 Metodologia

---

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Dades Censurades. Definició i tipologies

A la pràctica, i de forma general, qualsevol variables es pot amidar en el mateix moment de la inspecció, i per tant obtenir informació exacta. En l'anàlisi de la durabilitat és diferent perquè la resposta són temps i per tant no s'amiden igual que la resta de variables.

La durabilitat s'amida en temps i, per tant, la seva fallada és difícilment coneguda en el mateix instant. El concepte de censura apareix justament per aquest fet. La censura es dona quan la informació d'una observació de la mostra és parcialment coneguda, és a dir, el succés en estudi es produeix abans o després del instant d'inspecció.

En aquest context, la durabilitat d'un element fins el moment de la fallada és només conegut per ser entre l'any de naixement d'aquest i el temps d'inspecció. Per exemple, suposem que s'inspecciona un cert individu en un cert temps, i s'observa que l'element ha fallat, és a dir, té una lesió, això indica que la durabilitat no és exactament coneguda, només es coneix que l'element ha fallat entre l'any de creació d'aquest i el moment en que ha sigut inspeccionat.

Les censures es classifiquen en censura per l'esquerra o per la dreta, en funció si en el moment de la inspecció s'ha produït la fallada o no, respectivament, o en un interval, si l'esdeveniment s'ha produït entre la primera i la segona inspecció, suposant que hi ha més d'un temps d'inspecció diferents. També existeixen els les dades exactes o intervals exactes, tot i que a la pràctica és complicat obtenir-les, ja que s'ha de donar el cas que en el mateix instant de la inspecció es produeixi la fallada del individu.

#### **Censura per l'esquerra**

Si en el moment de la inspecció s'ha produït la fallada de l'element en estudi, és a dir, s'observa una lesió, llavors es diu que l'observació està censurada per l'esquerra ja que el temps fins a la fallada de l'individu,  $T_i$ , no és conegut amb exactitud, només es sap que la durabilitat d'aquest individu es troba entre el naixement d'aquest i el temps d'inspecció. Si es fixa l'any de naixement de l'individu a zero i denominarem per  $C_i$  el temps entre la construcció i la inspecció la informació que tenim d'aquest és que la seva durabilitat es situa en l'interval  $(0, C_i)$ . Aquest temps també s'expressa  $C_i^-$  (Cas 1 de la Figura 2.1).

### **Censura per la dreta**

Una observació es diu que és censurada per la dreta, quan en el moment de la inspecció encara no s'ha produït la fallada. En aquest cas, el temps de fallada de l'element segueix essent desconegut, però a diferència de l'observació censurada per l'esquerra, i fixant l'any de naixement de l'individu a zero, es calcula que la durabilitat d'aquest es troba entre el moment d'inspecció i l'infinit. Expressat en un interval correspondria a l'expressió  $(C_i, \infty)$ . Anàlogament al cas anterior, aquest temps es pot expressar  $C_i^+$  (Cas 2 de la Figura 2.1).

### **Censura en un interval**

Les dades censurades en un interval s'obtenen si existeixen dos temps d'inspecció diferents,  $t_1$  i  $t_2$ , essent  $t_1 < t_2$ , i la fallada es produeix entre aquests dos temps. Una observació censurada en un interval es dona quan en la primera inspecció d'un individu no s'ha observat la fallada o lesió, en aquest sentit, per aquest primer temps es tracta d'una observació censurada per la dreta, i la durabilitat es situa entre  $(t_1, \infty)$ , i passat un cert temps, es realitza una segona inspecció en el mateix individu en el moment  $t_2$  i s'observa que la fallada ja ha ocorregut, per tant, la durabilitat d'aquest element respecte al segon temps d'inspecció es situa entre  $(0, t_2)$ , per tant, respecte  $t_2$  es tracta d'una observació censurada per l'esquerra. Ara bé, analitzant els dos resultats conjuntament, el moment de fallada es troba a l'interval  $(t_1, t_2)$  (Cas 4 de la Figura 2.1).

### **Dades Exactes**

Les observacions exactes són aquelles en que el temps de fallada o la lesió té lloc en el mateix moment de la inspecció, i per tant la durabilitat també és observada de forma exacta. A la pràctica és difícilment observable, però es fa menció ja que en els següents apartats, es soluciona el cas en que es tinguin les quatre tipologies de dades al mateix temps (Cas 5 de la Figura 2.1 per al temps d'inspecció  $t_1$ ).

A la Figura 2.1 estan representades les quatre tipologies de dades per representar el concepte de censura aplicat a l'edificació, en la que es situa l'any de construcció de l'element i els dos instants en el que es realitza la inspecció ( $t_1 = 1950$  i  $t_2 = 1990$ ) en el eix de les abscisses, proporcionant una informació censurada de l'estimació de la probabilitat de fallada de l'element en estudi.

Seguidament s'explica breument cada cas per tal d'entendre com funciona la censura depenent d'on es situen els temps d'inspecció respecte l'any de creació de l'individu i el moment de fallada.

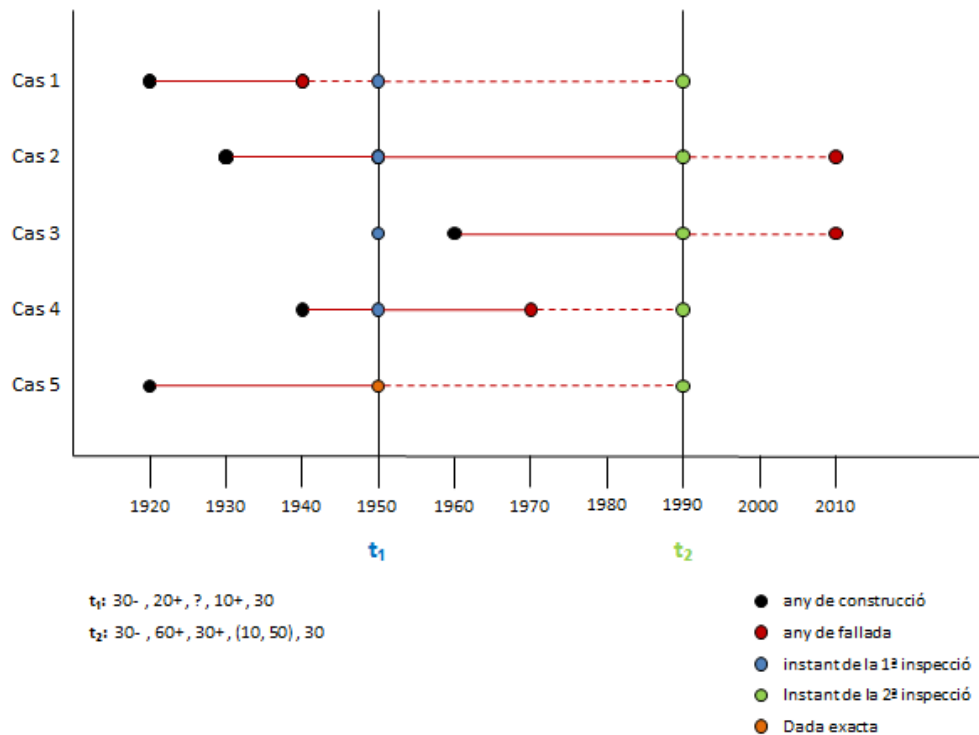


Figura 2.1: Tipologies de dades censurades.

- Cas 1 – La inspecció per a aquest individu s’ha realitzat 30 anys després de la creació del mateix. En aquesta ocasió s’ha observat que ja ha fallat, per tant, es tracta d’una observació censurada per l’esquerra. La durabilitat d’aquest element es situa en l’interval  $(0, 30)$ , o expressat com un temps de censura,  $30^-$ . Anàlogament, per al temps d’inspecció 2, realitzada 40 anys després de la primera, s’observa, òbviament, que la fallada s’ha produït, i per tant, la durabilitat de l’individu respecte al temps 2, segueix essent la mateixa que per a temps 1.
- Cas 2 – En aquest cas, quan es realitza la primera inspecció, l’individu compta amb 20 anys de vida, i no s’observa cap lesió, per tant, ens indica que es tracta d’una observació censurada per la dreta. La durabilitat per a aquest element es situa en l’interval  $(20, \infty)$  o equivalentment,  $20^+$ . Quan el mateix individu s’inspecciona per a temps 2, 40 anys després, s’observa que encara no ha fallat, per tant, es segueix tenint una observació censurada per la dreta, però en aquest cas, la durabilitat es situa en l’interval  $(60, \infty)$ , o el que és el mateix,  $60^+$ .
- Cas 3 – Quan es realitza la primera inspecció l’individu no existeix, per tant, per a temps d’inspecció 1 no tenim informació sobre la durabilitat de l’individu en qüestió. Al

realitzar-se la inspecció a temps 2, l'individu ja existeix, compta amb 30 anys de vida, i no s'observa cap lesió, això ens indica que es refereix a una observació censurada per la dreta per a  $t_2$ . La durabilitat per a  $t_2$  es situa en l'interval  $(30, \infty)$ , o  $30^+$ .

- Cas 4 – Als 10 anys de vida de l'individu es realitza la primera inspecció, i no s'observa cap lesió, per tant no ha fallat. Es tracta d'una observació censurada per la dreta per a temps 1. La durabilitat d'aquest individu es situa en l'interval  $(10, \infty)$ , o  $10^+$ . Quan es realitza una segona inspecció 40 anys després, s'observa que l'element ha fallat, per tant, respecte al temps d'inspecció 2, ara es tracta d'una observació censurada per l'esquerra. La durabilitat d'aquest individu per a  $t_2$  es situa en l'interval  $(0, 50)$ , o  $50^-$ . Ara bé, si ens mirem les dades conjuntament, ens indica que la fallada ha tingut lloc entre  $t_1$  i  $t_2$ . Per tant, la durabilitat per a aquest cas es situa en l'interval  $(10, 50)$ , i es tracta d'una observació censurada en un interval.
- Cas 5 – Aquest cas és rarament observable a la pràctica. Té lloc quan en el moment de la inspecció es produeix la fallada. A la Figura 2.1 s'observa que la fallada es produeix en el moment de la primera inspecció on l'individu té una edat de 30 anys, obtenint així una observació exacte. La durabilitat per aquest és 30. Si aquest mateix individu s'inspecciona a temps 2 es segueix tenint la mateixa informació. L'individu va fallar en el temps d'inspecció  $t_1$ , per tant, per a  $t_2$ , la durabilitat segueix essent la mateixa.

Explicades totes les tipologies de dades censurades que es poden tenir, respecte dos temps d'inspecció diferents, en els següents apartats s'explica com estimar la funció de durabilitat quan es treballa amb dades d'aquest estil mitjançant l'estimador de Turnbull, com funciona aquest, perquè és útil i quines eines existeixen per a obtenir-lo.

## **2.2 L'estimador de Turnbull**

### **2.2.1 Fonaments teòrics. Algorisme de Turnbull.**

L'estimador de Turnbull és una extensió de l'estimador de Kaplan i Meier (1958). L'estimador de Kaplan i Meier serveix per a estimar la funció de durabilitat en el cas de que les dades siguin censurades per la dreta. Està basat en la descomposició de la durabilitat d'un element al cap de  $t$  unitats de temps en un producte de probabilitats condicionades.

La funció de distribució dels temps de fallada,  $F(t)$ , és la funció complementària a la funció de durabilitat, i dóna la probabilitat de fallar abans o igual a un temps donat.

Turnbull (1976) va proposar un mètode per a maximitzar la funció de versemblança no paramètrica  $L$  definida a l'expressió (1) i que va donar nom a l'estimador,

$$L = \prod_{i \in O} (F(o_i) - F(o_i^-)) \prod_{i \in R} (1 - F(r_i)) \prod_{i \in L} F(l_i) \prod_{i \in I} (F(r_i) - F(l_i)) \quad (1)$$

on  $O$  és el conjunt de les dades completament observades,  $R$  és el conjunt de les observacions censurades per la dreta,  $L$  és el conjunt de les observacions censurades per l'esquerra i  $I$  és el conjunt de les dades censurades en un interval.

Les contribucions de cada tipus d'observació a la funció de versemblança  $L$  són:

- $F(o_i) - F(o_i^-)$ , probabilitat de fallada d'una dada observada en l'instant  $o_i$ .
- $1 - F(r_i)$ , supervivència d'una dada que encara no ha fallat en l'instant  $r_i$ .
- $F(l_i)$ , probabilitat de fallada acumulada en l'instant  $l_i$ , d'una dada censurada per l'esquerra en l'instant  $l_i$ .
- $F(r_i) - F(l_i)$ , probabilitat de fallar entre els instants  $l_i$  i  $r_i$ , per a una dada censurada en un interval.

Turnbull va proposar un algorisme per a obtenir un estimador no paramètric de la funció de supervivència per a dades censurades. Aquesta estimació és un mètode numèric iteratiu, segons el qual l'algorisme després de certes iteracions, convergeix quan els valors obtinguts en aquestes repeticions no tenen diferències significatives d'acord amb la tolerància prefixada per l'estadístic. Aquesta maximització es porta a terme considerant tant les dades censurades per l'esquerra, per la dreta com les dades censurades en un interval i sense tenir en compte cap parametrització específica per a la distribució  $F$ .

Suposem que tenim  $n$  observacions formades pels intervals  $(L_i, R_i)$  per  $i = 1, \dots, n$ , que representen l'observació censurada en un interval dels respectius temps d'interès. Les observacions censurades per l'esquerra correspondran a valors amb  $L_i = 0$ , i les censurades per la dreta a valors amb  $R_i = +\infty$ . Els casos  $L_i = R_i$  correspondran a observacions exactes.

Turnbull (1976) demostra que l'òptim de l'expressió (1) s'aconsegueix donant massa probabilística positiva només en un nombre d'intervals disjunts, que s'anomenen intervals de Turnbull, i que



denotarem per  $(q_j, p_j]$ , amb  $j = 1, \dots, m$ . Concretament, si suposem els conjunts  $\mathcal{L} = \{L_i : i = 1, \dots, n\}$  i  $\mathcal{R} = \{R_i : i = 1, \dots, n\}$  ordenats pels valors de temps, l'algorisme per a l'obtenció dels intervals de Turnbull és el següent:

1. Ordenem tots els extrems de manera ascendent identificant els extrems  $L_i$  i  $R_i$ .
2. Inicialitzem el valor de  $j$  amb  $j = 1$ .
3. Agafem el primer element de  $\mathcal{R}$  i l'identifiquem per  $p_j$ , amb  $j = 1$ .
  - a. Si  $p_j$  correspon a observacions censurades no exactes, considerem  $q_j$  el màxim dels elements de  $\mathcal{L}$  inferiors estrictament a  $p_j$ . En cas afirmatiu, definim el  $j$ -èssim interval de Turnbull com a  $(q_j, p_j]$  i si  $p_j$  correspon també a observacions exactes, incrementem la  $j$  en una unitat i, fent abús de la notació d'interval semiobert-semitancat, definim un següent interval de Turnbull  $(q_{j+1}, p_{j+1}]$  amb  $q_{j+1} = p_{j+1} = p_j$ .
  - b. Si, altrament,  $p_j$  correspon només a observacions exactes, definim el  $j$ -èssim interval de Turnbull com a  $(q_j, p_j]$  amb  $q_j = p_j$ .
4. Incrementem  $j$  a  $j + 1$ .
5. Mentre existeixi, agafem el primer element de  $\mathcal{R}$  superior a  $p_{j-1}$  tal que existeixi un element de  $\mathcal{L}$  superior o igual a  $p_{j-1}$ , l'identifiquem com  $p_j$  i seguim els passos 3.a i 3.b per a obtenir l'un o dos intervals de Turnbull següents i tornem al pas 4.

D'aquesta manera obtenim els  $m$  intervals de Turnbull amb la forma  $(q_j, p_j]$ , per a  $j = 1, \dots, m$  tal que  $q_1 \leq p_1 \leq q_2 \leq p_2 \leq \dots \leq q_m \leq p_m$ .

A partir d'aquests  $m$  intervals, si el pes per a cada interval  $j$ -èssim de Turnbull s'indica per  $\omega_j = \text{Prob}\{q_j < T \leq p_j\} = S(q_j) - S(p_j)$ , per a  $j = 1, \dots, m$ , el problema de maximitzar la funció  $L$  de (1) es redueix a maximitzar la funció de versemblança

$$L(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) = \prod_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \omega_j \right), \quad (2)$$

on  $\alpha_{ij}$  pren els valors 1 o 0, segons si l'interval  $(q_j, p_j]$  està contingut en l'interval  $(L_i, R_i)$  o no, respectivament, és a dir  $\alpha_{ij} = I((q_j, p_j] \subset (L_i, R_i))$ , i el paràmetre  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  queda

subjecte a la condició de positivitat,  $\omega_j \geq 0$ , i a la condició que el sumatori de les components sigui

$1, \sum_{j=1}^m \omega_j = 1$ , o en termes logarítmics l'expressió

$$l(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) = \log(L(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)) = \sum_{i=1}^n \log\left(\sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \omega_j\right). \quad (3)$$

Si denotem per  $\hat{\omega} = (\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \dots, \hat{\omega}_m)$  l'òptim, i sense pèrdua de generalitat per al cas  $q_1 < p_1 \leq q_2 < p_2 \leq \dots \leq q_j < p_j \leq \dots \leq q_m \leq p_m$  l'estimació màxim versemblant de la funció de supervivència serà

$$\hat{S}_n(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } t \leq q_1 \\ 1 - (\hat{\omega}_1 + \dots + \hat{\omega}_j), & \text{si } p_j \leq t \leq q_{j+1}, j = 1, \dots, m-1 \\ 0, & \text{si } t \geq p_m \end{cases} \quad (4)$$

Per tant, quan es representa resulta una gràfica esglaonada de  $m+1$  intervals horitzontals, no continus, on els buits corresponen a la no identificació de la forma de la distribució a l'interior dels intervals de Turnbull  $(q_j, p_j]$ , per a  $j = 1, \dots, m$ , com il·lustra la Figura 2.2.

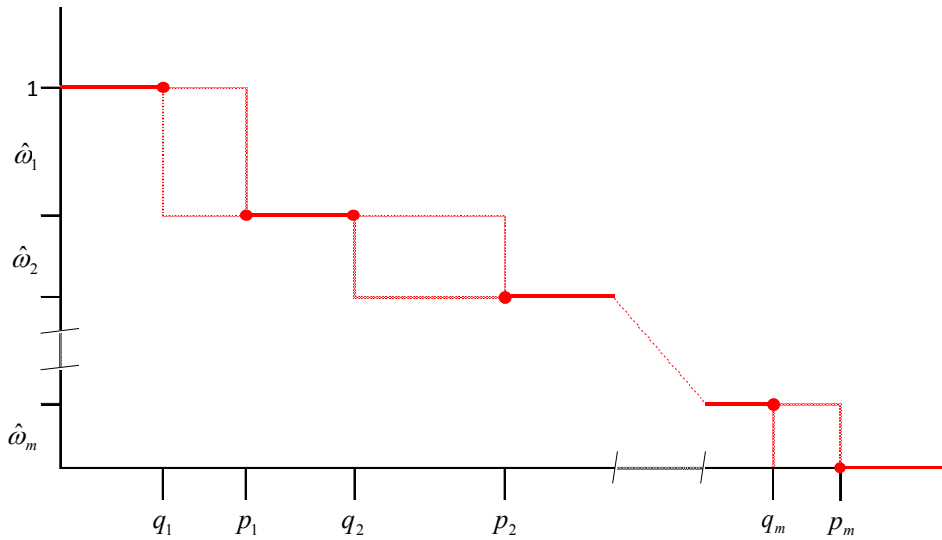


Figura 2.2: Il·lustració de la funció de supervivència de resultat de l'estimador de Turnbull.

### 2.2.2 Il·lustració: Exemple 1

Per a una millor comprensió de la construcció dels intervals de Turnbull, proposem el següent exemple, amb les 15 dades que es mostren en la Taula 2.1.

id	left	right
1	0	7
2	4	11
3	8	8
4	17	NA
5	11	15
6	8	12
7	11	18
8	7	16
9	18	23
10	5	8
11	2	6
12	6	13
13	4	14
14	18	18
15	4	4

Taula 2.1: Taula Dades de l'Exemple 1.

Cal tenir en compte que "NA" significa que el l'extrem dret és infinit,  $NA = \infty$ , per tant es tracta d'una dada censurada per la dreta.

En interpretar les dades, veiem que la primera observació,  $X_1$ , es tracta d'una dada censurada per l'esquerra, perquè l'extrem esquerre és un zero, que ens indica que en l'instant de la primera inspecció l'individu té 7 unitats de vida i ja ha fallat, és a dir, ja presenta la fallada en estudi. La segona dada,  $X_2$ , és una dada censurada en un interval, és a dir, quan es va realitzar la primera inspecció l'individu tenia 4 unitats de temps de vida i no va presentar cap anomalia, i en l'instant de la segona inspecció, 7 unitats de temps més tard, es va observar que l'individu havia fallat. L'interval  $X_3$  ens indica que es tracta d'un individu que en el moment de la inspecció té 8 unitats de temps de vida i ha fallat en el mateix instant de la inspecció (poc freqüent a la pràctica). Finalment, l'última tipologia de dada que ens trobem és l'observació censurada per la dreta, com és la dada  $X_4$ , on el seu interval dret és infinit. Aquest interval ens informa que en l'instant de la inspecció, l'individu té una vida edat 17 unitats de temps i que encara no presenta la cap fallada en estudi.

Conegudes les dades, es segueix amb la identificació dels extrems drets i esquerre de cada una de les observacions com mostra la Figura 2.3(A) (Pas 1 de l'algorisme d'identificació dels Intervals de Turnbull).

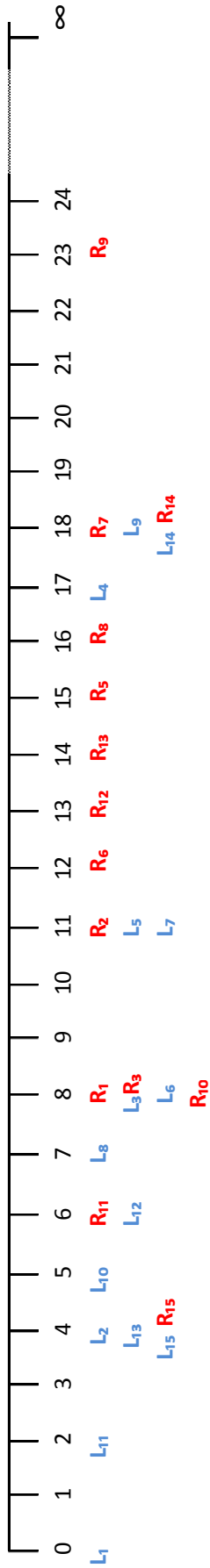


Figura 2.3(A) : Identificació dels extrems dels intervals de l'Exemple 1

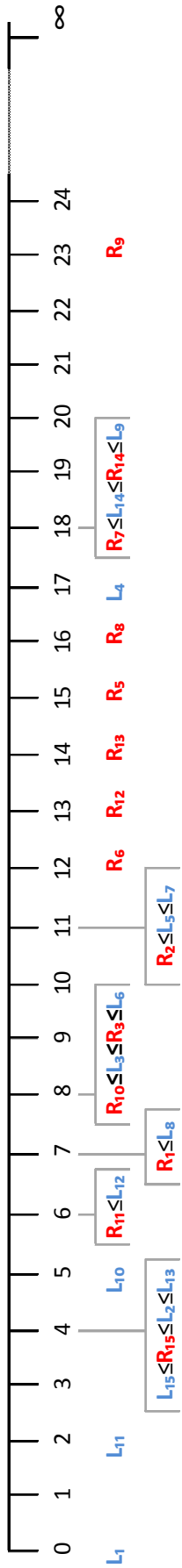


Figura 2.3(B) : Ordenació amb criteris dels extrems dels intervals de les dades de l'Exemple 1

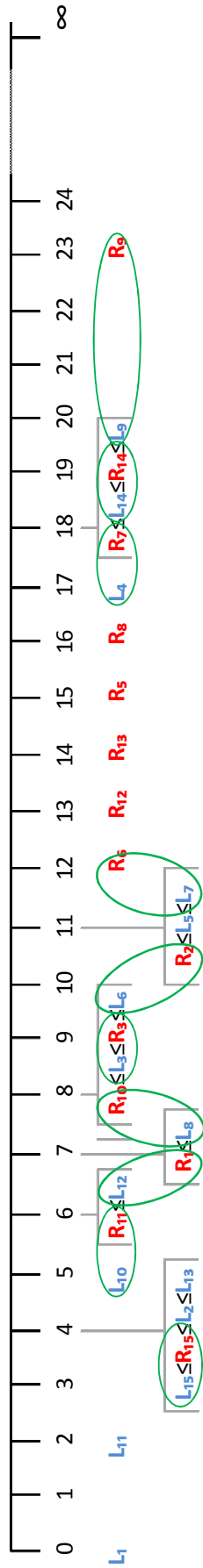


Figura 2.3(C) : Intervals de Turnbull per a les dades de l'Exemple 1

El següent pas és establir un ordre entre aquells extrems drets i esquerres que tenen el mateix valor per tal de saber quin és el que s'ha d'agafar per construir l'interval de Turnbull.

Per construcció, tots els intervals  $(L_i, R_i)$  compleixen  $L_i \leq R_i$ . Addicionalment, per als casos de coincidència d'extrems, considerarem les següents ordenacions:

1. En el cas d'una observació exacta  $(L_i, R_i)$ , és a dir, que  $L_i = R_i$ , els seus extrems s'ordenaran com  $L_i \leq R_i$ .
2. Si dues observacions no exactes  $(L_i, R_i)$  i  $(L_j, R_j)$  amb  $i \neq j$ , compleixen  $R_i = L_j$ , aquests dos límits s'ordenaran com  $R_i \leq L_j$ .
3. Si tres observacions, una exacta,  $(L_k, R_k)$ , i dues no exactes,  $(L_i, R_i)$  i  $(L_j, R_j)$ , amb  $i \neq j \neq k$ , són tals que  $R_i = L_k = R_k = L_j$ , aquests valors s'ordenaran com  $R_i \leq L_k \leq R_k \leq L_j$ .

Seguint amb l'Exemple 1, el valor 4, per exemple, el comparteixen els límits  $L_2$ ,  $L_{13}$ ,  $L_{15}$  i  $R_{15}$ . Si es segueixen els criteris d'ordenació establerts, aquests quedarien ordenats com  $L_{15} \leq R_{15} \leq L_2 \leq L_{13}$ . L'ordre de tots els extrems que comparteixen valor es veuen ordenats a la Figura 2.3(B).

A continuació s'identifiquen els intervals de Turnbull,  $(q_j, p_j]$ , corresponents. Començant a partir del valor 0 i cap a la dreta, el primer límit esquerre  $L_i$ , tal que li segueixi un límit dret  $R_j$ , serà el límit esquerre del primer interval de Turnbull,  $q_1$ , i l'extrem dret,  $p_1$ , serà el  $R_j$ . A l'exemple, correspon a l'interval  $(4, 4]$ . Per al següent interval de Turnbull ens quedem amb aquell límit esquerra tal que li segueixi un límit dret, a l'exemple correspon a l'interval  $(5, 6]$ . I així successivament fins arribar al final.

Per tant, per a les dades de l'Exemple 1, els 10 intervals de Turnbull corresponents que s'obtenen són  $T = \{(q_1, p_1] = (4, 4], (q_2, p_2] = (5, 6], (q_3, p_3] = (6, 7], (q_4, p_4] = (7, 8], (q_5, p_5] = (8, 8], (q_6, p_6] = (8, 11], (q_7, p_7] = (11, 12], (q_8, p_8] = (17, 18], (q_9, p_9] = (18, 18], (q_{10}, p_{10}] = (18, 23]\}$  que es poden veure representats a la Figura 2.3(C).

Finalment es tracta d'identificar la contribució de cada interval inicial  $(L_i, R_i)$  amb  $i = 1, \dots, 15$ , en cada interval de Turnbull  $(q_j, p_j]$  amb  $j = 1, \dots, 10$ , per a obtenir el paràmetre  $\alpha_{ij}$  de l'expressió (3) per a maximitzar la funció de versemblança  $l$ .

Tot interval inicial no exacte, és a dir amb  $L_i \neq R_i$ , contribuirà a un interval de Turnbull  $(q_j, p_j]$  si  $(q_j, p_j) \subset (L_i, R_i)$ , i en particular si l'interval de Turnbull és exacte, és a dir,  $q_j = p_j$ , llavors l'interval  $(L_i, R_i)$  contribuirà en aquest si.  $q_j = p_j \in (L_i, R_i)$  Per altra banda, tot interval inicial exacte, amb  $L_i = R_i$ , només contribuirà en aquell interval de Turnbull que tingui els mateixos extrems, és a dir, que  $L_i = q_j$  i  $R_i = p_j$  (Veure Figura 2.4).

Per tant, la versemblança corresponent a aquest conjunt de dades ve donada per l'equació següent:

$$L(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9, \omega_{10}) = \prod_{i=1}^{15} [S(l_j) - S(r_j)] = \prod_{i=1}^{15} \left( \sum_{j=1}^{10} \alpha_{ij} \omega_j \right) =$$

$$= (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \cdot (\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6) \cdot (\omega_5) \cdot (\omega_8 + \omega_9 + \omega_{10}) \cdot (\omega_7) \cdot (\omega_6 + \omega_7) \cdot$$

$$\cdot (\omega_7 + \omega_8) \cdot (\omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) \cdot (\omega_{10}) \cdot (\omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \cdot (\omega_1 + \omega_2) 3(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5 +$$

$$+ \omega_6 + \omega_7) \cdot (\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) \cdot (\omega_9) \cdot (\omega_{10})$$

o en termes logarítmics, la funció de versemblança a maximitzar és

$$l(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9, \omega_{10}) = \sum_{i=1}^{15} \log \left( \sum_{j=1}^{10} \alpha_{ij} \omega_j \right) =$$

$$= \log(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) + \log(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6) + \log(\omega_5) + \log(\omega_8 + \omega_9 + \omega_{10}) + \log(\omega_7) +$$

$$+ \log(\omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_7 + \omega_8) + \log(\omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_{10}) + \log(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4) +$$

$$+ \log(\omega_1 + \omega_2) + \log(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_9) +$$

$$+ \log(\omega_{10})$$

El càlcul de  $\hat{\omega}$  no és directe i fa necessari l'ús de mètodes numèrics implementats en diferents programaris com els que veurem a les seccions i capítols següents.

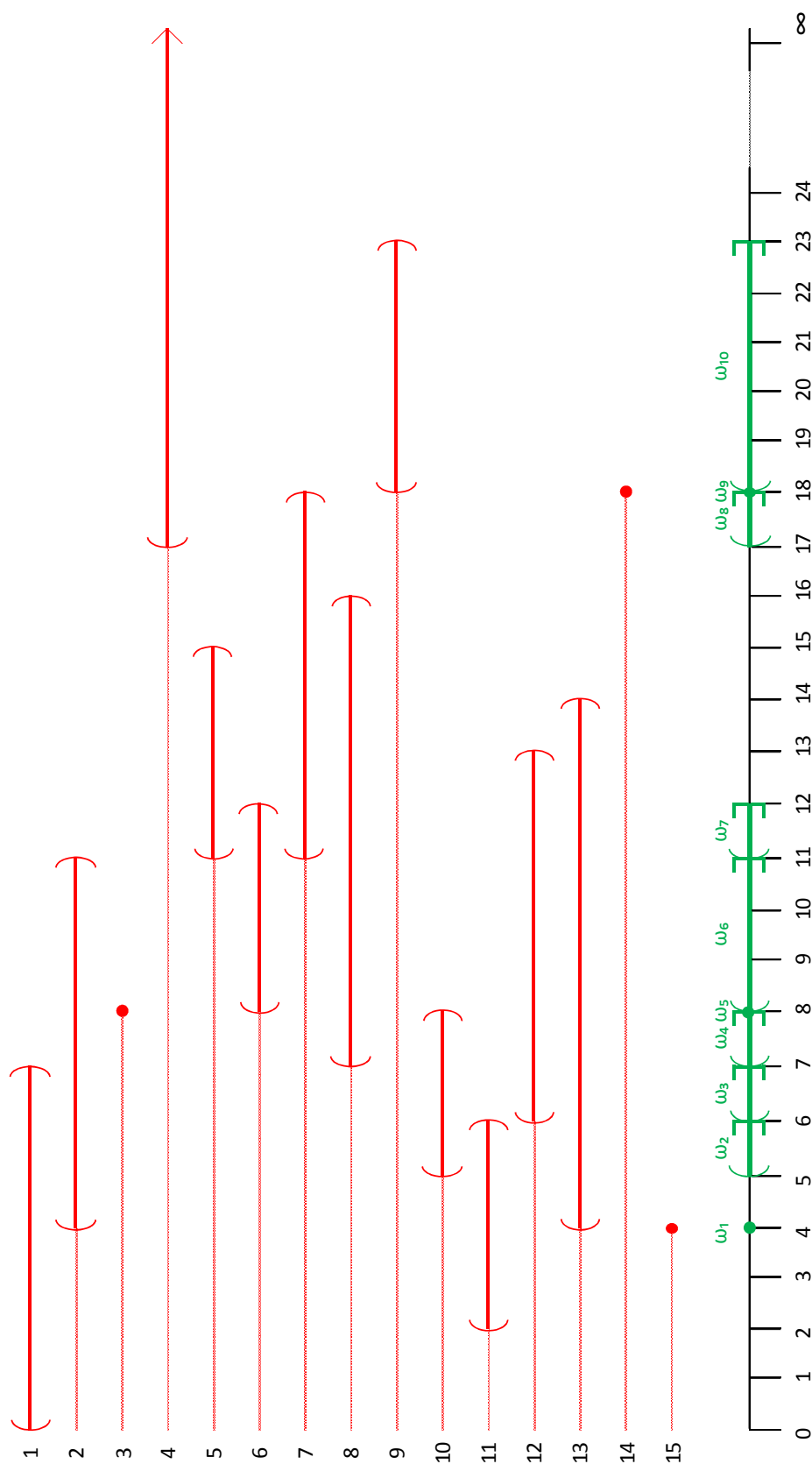


Figura 2.4.: Contribucions dels intervals inicials en els intervals de Turnbull per a les dades de l'Exemple 1

## 2.3 El Programa R

### 2.3.1 Introducció

R (R Development Core Team, 2012) és un software lliure per a l'anàlisi estadística i gràfica de dades que utilitza el mateix llenguatge que el programa comercial d'anàlisi estadístic S-PLUS. Es un projecte de GNU project, que replica el llenguatge S (base de SPLUS) (Venables i Ripley, 1994) en programari lliure. Va ser desenvolupat per Bell Laboratories (inicialment AT&T i en l'actualitat Lucent Technologies) per John Chambers i el seu equip. Un dels seus avantatges és que, des de la seva creació, molts usuaris especialitzats estan contribuint en llibreries i paquets cada cop més específics i sofisticats.

Existeixen diversos paquets que permeten l'anàlisi de la supervivència, el més utilitzat, que també té l'estatus de recomanat, és el `survival`. Aquest paquet és una llibreria desenvolupada per Therneau i Lumley (2012), que implementa la majoria de les funcions d'anàlisi de supervivència, tals com l'estimador de Kaplan i Meier (1958), l'estimació de models paramètrics de fallada, així com intervals censurats per a models paramètrics, entre d'altres funcions.

Les funcions del paquet `survival` treballen amb dades censurades per la dreta, però no amb dades censurades en un interval. El paquet `Icens` (Gentleman i Vandal, 2008), que necessita del paquet `survival`, té implementades diferents funcions per calcular estimadors màxim versemblants no paramètrics i treballa amb dades censurades en un interval.

El paquet `survival` forma part del core de la instal·lació de R mentre que el paquet `Icens` necessita ser instal·lat posteriorment des de la web del projecte R, des dels *CRAN mirrors* disponibles. Les comandes de la Figura 2.5 permeten fer ús i instal·lar respectivament les llibreries `survival` i `Icens`.

```
>library(survival)
>install.packages("Icens")
>library(Icens)
```

*Figura 2.5: Comandes en R per a la instal·lació dels paquets `survival` i `Icens`*

### 2.3.2 Funcions `Icens`: `MLEintvl()`, `EMICM()` i `EM()`

El paquet `Icens`, al treballar amb dades censurades en un interval, permet calcular els intervals de Turnbull  $(q_j, p_j]$ , d'unes certes dades censurades. Les funcions que proporcionen aquests



interval·ls i les probabilitats de fallada corresponents per a cadascun d'ells (recordem equacions (2) i (3) de la secció 2.2.1), són les funcions `MLEintvl()`, `EMICM()` i `EM()`. A continuació comentem amb detall les característiques de cadascuna.

#### **Funció `MLEintvl()`**

A partir de l'entrada d'un conjunt de interval·ls  $(L_i, R_i)$ , identificats en una matriu  $A$ , on la columna esquerra és l'extrem esquerra,  $L_i$ , de cada observació, i la columna dreta, és l'extrem dret,  $R_i$ , ambdues columnes identificades per `left` i `right` respectivament, com poden ser les dades de la Taula 1.1 de la secció 2.2.2, la funció `MLEintvl()`, després d'un nombre determinat d'iteracions, retorna els interval·ls que corresponen als interval·ls de Turnbull per a les dades a estudi.

Per a utilitzar aquesta funció cal escriure a la finestra de R la instrucció

```
>MLEintvl(A)
```

on  $A$ , és la matriu de  $n$  files (observacions) per 2 columnes (una per a cada extrem dels interval·ls de temps inicials).

La funció retorna una matriu de  $m$  files i 2 columnes, on  $m$  es el nombre d'interval·ls de Turnbull. La primera columna conté l'extrem esquerra,  $q_j$ , dels interval·ls de Turnbull, i la segona l'extrem dret,  $p_j$ .

#### **Funció `EM()`**

La funció `EM()` (Dempster *et al.*, 1977) és la implementació de l'algorisme que calcula l'estimador no paramètric de màxima versemblança, *nonparametric maximum likelihood estimator* (NPMLE), desenvolupat per Turnbull (1976), per una matriu de  $n$  files i  $m$  columnes que representen les dades a estudiar.

Per a executar aquesta funció cal escriure en la finestra R el següent comandament:

```
>EM(A)
```

on  $A$  és la matriu ( $m \times n$ ) que representa les dades, a la qual se li aplicarà el mètode EM (*Expectation-Maximization*, Dempster *et al.*, 1977) per a estimar les  $m$  probabilitats.

El resultat és un objecte de la classe `icsurv` (classe d'objectes que retornen les rutines d'estimació de la llibreria `Icens`) que conté, entre d'altres, les següents components:

- `pf`, estimació no paramètrica màxima versemblant del vector de probabilitats.
- `numiter`, nombre d'iteracions.
- `converge`, nombre booleà que indica si l'algorisme és convergent.

### **Funció `EMICM()`**

La funció `EMICM()` proposada per Wellner i Zhan (1997) és una combinació de l'algorisme *expectation maximization* (EM) (Dempster *et al.*, 1977) i l'algorisme *Iterative convex minorant*, (ICM) (Groeneboom i Wellner, 1992), que calcula el NPMLE per les dades censurades.

Aquesta funció es crida mitjançant la instrucció següent:

```
>EMICM(A, EMstep=TRUE, ICMstep=TRUE, keepiter=FALSE, tol=1e-07, maxiter=1000)
```

on `A`, és la matriu ( $m \times n$ ) que representa les dades a estudiar, `EMstep` és un booleà que indica si s'ha fet un pas EM en la iteració, `ICMstep` és un altre booleà que indica si s'ha fet un pas ICM en la iteració. `keepiter` és un booleà que determina si s'ha de mantenir l'estat d'iteració, `tol` és la distància màxima entre estimacions successives abans d'aturar les iteracions i `maxiter` és el nombre màxim d'iteracions per a dur a terme abans d'aturar-se.

El valor retornat és un objecte de la classe `icsurv` que conté, entre d'altre, els següents components:

- `pf`, les estimacions de les probabilitats per a cada interval de Turnbull.
- `sigma`, el NPMLE de la funció de supervivència.
- `weights`, La diagonal de la segona derivada de la funció de versemblança.
- `lastchange`, El vector de diferències entre les dos últimes iteracions.
- `numiter`, El nombre total d'iteracions realitzades
- `iter`, estats de sigma durant la iteració, és present només si `keepiter` és cert (TRUE)

### **2.3.3 Il·lustració: Exemple 1 (cont.)**

Seguint amb les dades de l'Exemple 1 de la secció 2.2.2, mitjançant el programari R, les llibreries `survival` i `Icens`, i les funcions `MLEintvl()`, `EM()` i `EMICM()`, veurem com obtenir els intervals de Turnbull  $(q_j, p_j]$ , per un conjunt de dades censurades.

El primer pas és crear un arxiu amb extensió `.txt` que contingui les dades inicials, classificades en dues columnes, la de l'esquerra contindrà els extrems esquerra dels intervals inicials i la de la dreta contindrà els extrems dret de les mateixes. Cada columna tindrà la capçalera `left` i `right`,

respectivament. El segon pas és instal·lar els paquets `survival` i `Icens` en la sessió de R inicialitzada, com indica la Figura 2.6 i seguidament es crida a l'arxiu *Exemple1.txt* i es guarda a l'objecte `A`.

```
>library(survival)
>library(Icens)
>A<-read.table("C:\\R\\Exemple1.txt",header=T)
```

*Figura 2.6: Comandes en R per a la càrrega dels paquets `survival` i `Icens` de les dades de l'arxiu *Exemple1.txt**

Recordem que l'observació  $X_4$  té com a extrem dret "NA", indicant que es tracta d'una dada censurada per la dreta, l'extrem dret és infinit. `Icens` (Gentlman i Vandal, 2008) necessita que els extrems dels intervals siguin valors reals i és per això que amb la següent sentència canviarem tots aquelles extrems que siguin "NA" i se'ls assignarà un valor gran simulant l'infinit, per exemple, el 999.

```
>A$right[is.na(A$right)] <- 999
```

És important saber que les funcions del paquet `Icens` demanen que les dades estiguin ordenades de menor a major segons el valor de l'extrem esquerra,  $L_i$  (columna `left`), i si dues o més observacions tenen el mateix extrem esquerra, els seus extrems drets corresponents,  $R_i$  (columna `right`), siguin ordenats també de forma creixent. Comptem, d'ara endavant, que les dades de la matriu `A` ho satisfan.

Seguidament es crida la funció `MLEintvl()` per a calcular els intervals de Turnbull de les dades en estudi, guardant els resultats en l'objecte `TBintvl`,

```
>TBintvl<-MLEintvl(A)
```

obtenint els intervals de Turnbull de la Taula 2.2.

	[,1]	[,2]
[1,]	4	4
[2,]	5	6
[3,]	6	7
[4,]	7	8
[5,]	8	8
[6,]	8	11
[7,]	11	12
[8,]	17	18
[9,]	18	18
[10,]	18	23

*Taula 2.2: Intervals de Turnbull per a les dades de l'Exemple 1 obtinguts amb R.*

A continuació es crida a les funcions `EMICM()` i `EM()` per a calcular els pesos per a cada interval  $(q_j, p_j]$  calculats anteriorment,

```
>EMICMest<-EMICM(A)
>EMest<-EM(A)
```

que ens permet construir la Taula 2.3, que mostra els intervals de Turnbull i les probabilitats de fallada (estimats per a cadascun dels mètodes) a cadascun dels intervals.

			EMICM	EM
[1,]	4	4	0.1127	0.1127
[2,]	5	6	0.2136	0.2136
[3,]	6	7	0.0000	0.0000
[4,]	7	8	0.0000	0.0000
[5,]	8	8	0.1518	0.1518
[6,]	8	11	0.0000	0.0000
[7,]	11	12	0.3218	0.3218
[8,]	17	18	0.0000	0.0000
[9,]	18	18	0.1000	0.1000
[10,]	18	23	0.1000	0.1000

*Taula 2.3: Intervals de Turnbull i probabilitats de fallada obtinguts amb R per a les dades de l'Exemple 1.*

Notem que els resultats obtinguts per a cada interval  $(q_j, p_j]$  amb les dues funcions són els mateixos amb una precisió de quatre decimals. Per aquest motiu, i a partir d'ara, la funció que farem servir per a l'obtenció de resultats serà la funció `EMICM()` (Wellner i Zahn, 1997), una funció híbrida que combina l'algorisme `EM()`, *Expectation-Maximization*, (Dempster *et al.*, 1977), i una versió modificada de l'algorisme *Iterative convex minorant* (ICM) (Groeneboom i Wellner, 1992), que convergeix molt més ràpid per a dades doblement censurades.

Seguint amb l'Exemple 1 de la secció 2.2.2 i amb les dades de la Taula 2.3. obtenim que l'òptim,  $\hat{\omega}$ , és el punt (0.1127, 0.2136, 0.0000, 0.0000, 0.1518, 0.0000, 0.3218, 0.0000, 0.1000, 0.1000), que corresponen al valor dels salts de l'expressió (4) i de la Figura 2.7, obtinguda amb la comanda `plot` sobre l'objecte `EMICMest`.



Figura 2. 7: Funció de supervivència estimada per a les dades de l'Exemple 1.

Observem que per als punts interiors dels intervals  $(5,6]$ ,  $(11,12]$  i  $(18,23]$  la forma de la funció de supervivència no està identificada (rectangles verds), mentre que en els punts interiors dels intervals  $(6,7]$ ,  $(7,8]$ ,  $(8,11]$  i  $(17,18]$  sí que queden identificats (la probabilitat de fallada en aquests és zero), així com per a les observacions exactes,  $(4,4]$ ,  $(8,8]$  i  $(18,18]$  ja que tenim estimada la probabilitat de fallada a cadascun a cadascun dels temps.

Fins aquí hem vist la tipologia de dades que són objecte d'estudi en aquest treball, l'estimador de Turnbull que ens permet estimar la probabilitat de fallada, i les funcions implementades en R, per a obtenir aquestes estimacions. Per tant, hem vist com reproduir unes funcions de durabilitat com les de la Figura 1.1.

Per tal de resoldre la inconsistència de la Figura 1.1 i donat que no hi ha cap paquet a R que implementi l'optimització amb restriccions es fa necessària una programació *ad hoc*.

En previsió de l'elevat nombre de paràmetres a estimar en els casos amb dades reals i per tal de fer ús d'eines potents d'optimització numèrica ens plantejem l'ús del llenguatge AMPL per a implementar uns algorismes que ens permetin estimar els intervals de Turnbull i les probabilitats de fallada amb restriccions d'ordre, i que desenvolupem en els Capítols 3 i 4.



# 3

## El llenguatge AMPL

---

### 3 EL LLENGUATGE AMPL

#### 3.1 Introducció

AMPL (*A Mathematical Programming Language*), Llenguatge de Programació Matemàtica, és un llenguatge per a la programació matemàtica, i està dissenyat per trobar la solució de diferents tipus de problemes d'optimització (Fourer *et al.*, 1990) com la Programació Lineal, Programació Entera i Programació No Lineal. Una excel·lent referència per aprendre aquest llenguatge és el llibre *AMPL A Modeling Language for Mathematical Programming* de Fourer *et al.* (2003).

AMPL permet una notació comuna i senzilla per a formular models d'optimització. Per tal de resoldre aquests models, AMPL crida una sèrie d'optimitzadors, el més apropiat per a cada tipus de problema.

Una important característica d'AMPL és que els problemes d'optimització programats amb el codi AMPL poden ser resolts per solucionadors (*solvers*) disponibles al servidor d'optimització NEOS (Czyzyk *et al.*, 1997, 1998; Gropp i Moré, 1997). Això és de gran importància, perquè els disponibles a nivell local no guarden la solució del problema d'optimització, necessiten més temps de computació i funcionen per a un nombre reduït de variables i/o restriccions.

#### 3.2 El servidor NEOS

NEOS va ser creat com una ajuda a problemes d'optimització els quals no podien ser resolts en el propi ordinador (a nivell local) degut bàsicament al seu volum. A aquest servidor es pot accedir i fer servir de forma gratuïta principalment de dues maneres: Accedint a la seva pàgina web o nivell local.

Si s'utilitza la primera opció, a través de l'accés directe <http://www.neos-server.org/neos/solvers/>, s'escull el *solver* apropiat per al problema que es vol optimitzar i s'entren els arxius corresponents escrits en llenguatge AMPL. La solució pot ser rebuda simultàniament per pantalla o bé a través d'una direcció de correu electrònic personal.

Per altra banda, es poden utilitzar els *solvers* de NEOS en un mode terminal a través de la *interface* Krestel (Dolan *et al.*, 2008), que està disponible per descarregar-se gratuïtament en la pàgina web d'AMPL <http://www.ampl.com/DOWNLOADS/index.html>, i permet la solució remota del problema d'optimització sense el llenguatge de modelització AMPL. El principal avantatge és que no es necessita sortir de la versió local d'AMPL, perquè AMPL invoca al servidor NEOS. En definitiva es tracta d'una mixtura per treballar amb els *solvers* de NEOS via internet i localment.



A més, en ambdós casos, l'ús de NEOS proporciona un número de treball i una contrasenya, el que permet accedir a la pàgina web <http://www.neos-server.org/neos/admin.html> més tard, i entrant aquestes dades, obtenir els resultats del problema a optimitzar.

La segona opció és utilitzar el servidor NEOS a nivell local. AMPL ofereix una versió per a estudiants, disponible a la mateixa pàgina web que la *interface* Krestel, per als sistemes operatius Windows i UNIX/LINUX. En cas de descarregar-se per a Windows es recomana descarregar-se l'arxiu comprimit `amplcml.zip` que inclou els *solvers* MINOS, CPLEX i la *interface* Krestel.

Un cop descarregat i descomprimit el fitxer, disposem de l'arxiu `sw.exe` (*scrolling windows utility*) i de l'arxiu `ampl.exe`, entre altres, per a iniciar una sessió d'AMPL.

### 3.2.1 El *solver* SNOPT

AMPL a través del servidor NEOS ofereix una sèrie de solucionadors (programes que tenen implementat els algorismes per resoldre diferents problemes a optimitzar), d'entre els quals destaquen els següents:

- CPLEX – Per resoldre problemes de programació entera, programació lineal, problemes quadràtics i problemes amb restriccions quadràtiques, possiblement, involucrant variables enteres.
- LANCELOT – Per solucionar problemes d'optimització no lineal amb restriccions. Implementa un algorisme de Lagrangia augmentat.
- MINOS – Adequat per a grans problemes amb limitacions d'una funció objectiu lineal o no lineal i una barreja de restriccions lineals i no lineals. És més eficient si les restriccions són lineals i no hi ha gaires graus de llibertat (fins a 1000).
- SNOPT – Usat per resoldre problemes d'optimització no lineal amb restriccions. És apropiat per a grans problemes de forma no lineal restringida amb un modest nombre de graus de llibertat.

El *solver* SNOPT implementa un algorisme de programació seqüencial que també utilitza el mètode del Lagrangia augmentat. És més eficient si només algunes de les variables no lineals entren en la funció objectiu o si el nombre de restriccions actives és quasi tan gran com el nombre de variables. Si es fa servir a nivell local, té la limitació de fins a 300 variables i 300 restriccions. És per aquest motiu, que quan es tracten estudis de gran envergadura s'utilitza el seu accés directe, accedint a la pàgina web <http://www.neos-server.org/neos/solvers/nco:SNOPT/AMPL.html>.

En general SNOPT requereix d'un menor nombre d'avaluacions que MINOS per a resoldre problemes o subproblemes lineals i proporciona la convergència d'una àmplia classe de problemes d'optimització. Per aquest motiu, SNOPT es recomana, per exemple, quan les funcions són no lineals o els seus gradients són molt costosos d'avaluar.

Per resoldre funcions de màxima versemblança com les de l'expressió (3) de l'apartat 2.2.1 des d'AMPL i el servidor NEOS, el *solver* SNOPT és una bona opció, ja que aquestes funcions a resoldre són generalment no lineals i poden estar subjectes a restriccions. Com s'ha vist en el capítol anterior, aquest tipus de problemes poden ser complicats de resoldre amb programes estadístics estàndards, com pot ser R, que tot i treballant de forma vectorial i matricial no deixa de ser un llenguatge interpretat.

Per a utilitzar SNOPT, es requereix de tres diferents arxius: el model, les dades i l'arxiu executable. En el primer, es fa referència als paràmetres, les variables, la funció objectiu i les possibles restriccions que tingui el problema a optimitzar. El segon, el de les dades, s'especifiquen quines dades es tenen per poder resoldre el problema. I l'executable conté l'elecció del solver (només a nivell local), les sentències per a iniciar la maximització i també s'indica quins són els resultats a mostrar.

Aquests tres fitxers es poden editar i guardar amb qualsevol editor de textos (p.e. amb el Bloc de Notes de *Windows*), tot tenint en compte que si s'utilitzen a través de la pàgina web, les extensions han de ser .mod, .dat i .run, respectivament.

### 3.3 El mètode TEA (Turnbull Estimator in AMPL)

Per solucionar funcions de màxima versemblança a partir de l'estimador de Turnbull (Turnbull, 1976) amb AMPL i el servidor NEOS i a través del *solver* SNOPT, cal implementar primerament l'algorisme que calculi els intervals del mateix nom, i quan aquest maximitzi la citada funció

$$l(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) = \sum_{i=1}^N \log\left(\sum_{j=1}^M \alpha_{ij} \omega_j\right)$$

compleixi amb la condició de que el sumatori de totes les probabilitats de fallada,  $\omega_j$ , declarades positives, sigui igual a 1.

L'algorisme que s'ha implementat en aquest treball ens permet maximitzar la funció anterior per a un conjunt de dades censurades per l'esquerra, per la dreta, en un interval, o, particularment, observacions exactes. Aquest mètode, a partir d'ara anomenat TEA (*Turnbull Estimator in AMPL*),

consta de tres arxius: l'arxiu model, l'arxiu de dades, i l'arxiu executable, que són concretament els que requereix el *solver* SNOPT. La Figura 3.1 mostra el contingut de cadascun dels arxius.

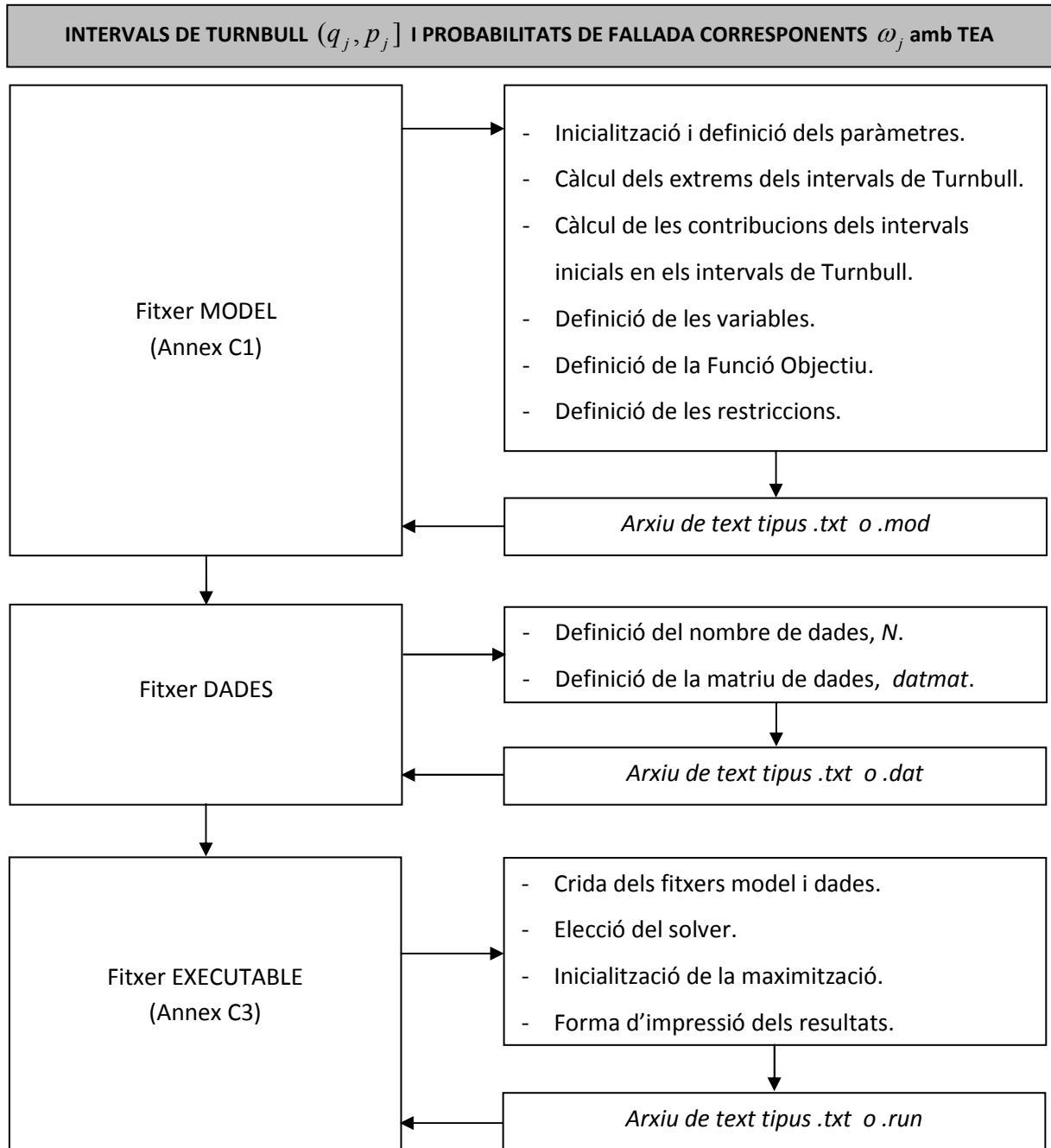


Figura 3.1: Contingut dels arxius del mètode TEA

El fitxer model consta de la creació, definició i inicialització dels paràmetres necessaris. A partir d'aquests es calculen els extrems dels intervals de Turnbull, tal i com hem vist que aquest opera en el capítol anterior. A continuació es calcula la matriu de zeros i uns, en la qual cada posició es refereix al valor  $\alpha_{ij}$ , per a  $i = 1, \dots, N$  i  $j = 1, \dots, M$ , on  $N$  és el nombre d'observacions i  $M$  el nombre d'intervals de Turnbull, i que pren el valor 1 si l'interior del  $j$ -èssim interval de Turnbull  $j$  es troba dins de

l'*i*-èssim interval inicial, o 0 en cas contrari. També s'especifica les variables, la funció objectiu i les restriccions.

L'arxiu de dades consta de dos paràmetres: el primer és la inicialització del valor d'observacions  $N$  del conjunt de dades en estudi, i el segon és la inicialització d'una matriu de dues columnes, a la columna esquerra de la qual es situen els extrems esquerres de les observacions,  $L_i$ , i a la columna dreta els extrems drets,  $R_i$ , de les mateixes.

Finalment, a l'executable, es fa la crida als arxius model i data, s'escull el *solver* per a solucionar el problema a optimitzar, en el nostre cas, el SNOPT (aquestes dues sentències només són obligatòries si es fa servir el *solver* a nivell local) i s'inicialitza la maximització de la funció objectiu creant un vector de  $M$  posicions les quals prenen els valors d'una distribució uniforme en  $[0,1]$ .

### 3.3.1 Càlcul dels extrems dels intervals de Turnbull amb TEA

La funció principal del mètode TEA és el càlcul dels intervals de Turnbull corresponents a un conjunt de dades donades. I un cop calculats es procedeix a la obtenció de la matriu de contribucions dels intervals inicials en aquests, per poder tenir els factors necessaris per a la maximització de la funció de versemblança de la durabilitat.

En definitiva l'arxiu model del mètode TEA té principalment la funció de:

1. Calcular els extrems drets dels Intervals de Turnbull.
2. Calcular els extrems esquerre dels Intervals de Turnbull.
3. Construir una matriu de contribucions.

Una vegada definits els extrems esquerres i drets de totes les observacions, entrades a partir de l'arxiu data en forma de matriu, es tracta de diferenciar els extrems esquerres de les observacions no exactes, els extrems drets de les mateixes i els extrems de les observacions exactes. Si a aquests paràmetres se'ls denomina per  $NE\_L$ ,  $NE\_R$  i  $E$  respectivament, i es guarden en tres vectors,  $nel$ ,  $ner$  i  $e$  respectivament, de longitud  $ML$ ,  $MR$  i  $ME$  respectivament, i s'assigna al paràmetre  $NI$  el màxim nombre possible d'Intervals de Turnbull.

Per al càlcul del vector d'extrems drets,  $P[k]$ , on  $k$  és l'índex de la posició, el primer és calcular les dues primeres components. La primera component,  $k=0$ , la fixem a -1. Podria ser un altre valor tal que fos més petit que qualsevol dels valors de les dades en estudi, però com la possibilitat que el 0 formi part de les observacions donades per tractar-se d'un individu censurat per l'esquerra, el -1 és

una bona opció. L'extrem dret del primer interval de Turnbull,  $P[1]$ , serà el mínim valor entre el conjunt dels extrems drets d'observacions no exactes i exactes.

Una vegada calculades les dues primers components, calculem la resta. Ara es tracta de saber si el valor de la posició anterior,  $P[k-1]$ , és un extrem dret fruit d'una observació no exacta o prové de l'extrem d'una dada exacta. S'ha de tenir en compte que es pot donar el cas que un extrem dret fruit d'un interval no exacte pot compartir el valor amb un extrem d'una observació exacta. En aquest cas, s'ha d'esbrinar si es correspon a un cas o a l'altre. Si ens trobem en una situació o en una altra, l'algorisme formula unes preguntes per esbrinar quin és el següent valor del vector que s'està calculant, o el que és el mateix, quin és el valor de l'extrem dret del següent interval de Turnbull. La Figura 3.2 mostra com funciona aquest algorisme.

Quan s'arriba a l'última posició, i el vector queda definit, es compta el nombre de posicions diferents de  $-\text{Infinity}$ , que és el nombre total d'interval de Turnbull del conjunt de dades inicials, que denotarem per  $M$ .

El següent pas, un cop calculat el vector dels extrems drets i sabent el nombre total d'interval, és calcular els extrems esquerres dels mateixos. Si denominem  $k$  l'índex de la posició del vector a calcular,  $Q[k]$ , tal que el seu extrem dret coincideix amb la posició  $k$  del vector calcular anteriorment  $P[k]$ , la Figura 3.3 mostra el funcionament per a obtenir aquests extrems.

L'últim pas és calcular la matriu de contribucions,  $\alpha$ , dels interval inicials en els interval de Turnbull calculats. Aquesta matriu serà de dimensió  $N \times M$ .

Cada posició de la matriu tindrà el valor 0 o 1 en funció de si l'interior de l'interval de Turnbull  $(q_j, p_j]$ , amb  $j = 1, \dots, M$ , està contingut en l'interval inicial  $(L_i, R_i)$ , amb  $i = 1, \dots, N$ . És a dir, si l'extrem esquerra de l'interval de Turnbull,  $q_j$ , és més gran o igual al extrem esquerra de l'interval inicial,  $L_i$ , i l'extrem dret de l'interval de Turnbull,  $p_j$ , és més petit o igual a l'extrem dret de l'observació inicial,  $R_i$ , el valor de la posició  $ij$  d'aquesta matriu serà 1, i en cas contrari 0. Amb la particularitat, de que si existeix un interval de Turnbull exacte, és a dir, amb  $q_j = p_j$  i un interval inicial amb  $L_i < R_i$  tal que  $L_i = q_j$  i/o  $R_i = p_j$  aquest no contribuirà en l'interval de Turnbull  $j$ , per tant, el valor de la posició  $ij$  de la matriu de contribucions serà 0. Per altra banda, tot interval inicial fruit d'una observació exacta, contribuirà exclusivament en aquell interval de Turnbull que sigui igual a ell. La Figura 3.4 mostra el funcionament per a obtenir aquesta matriu.

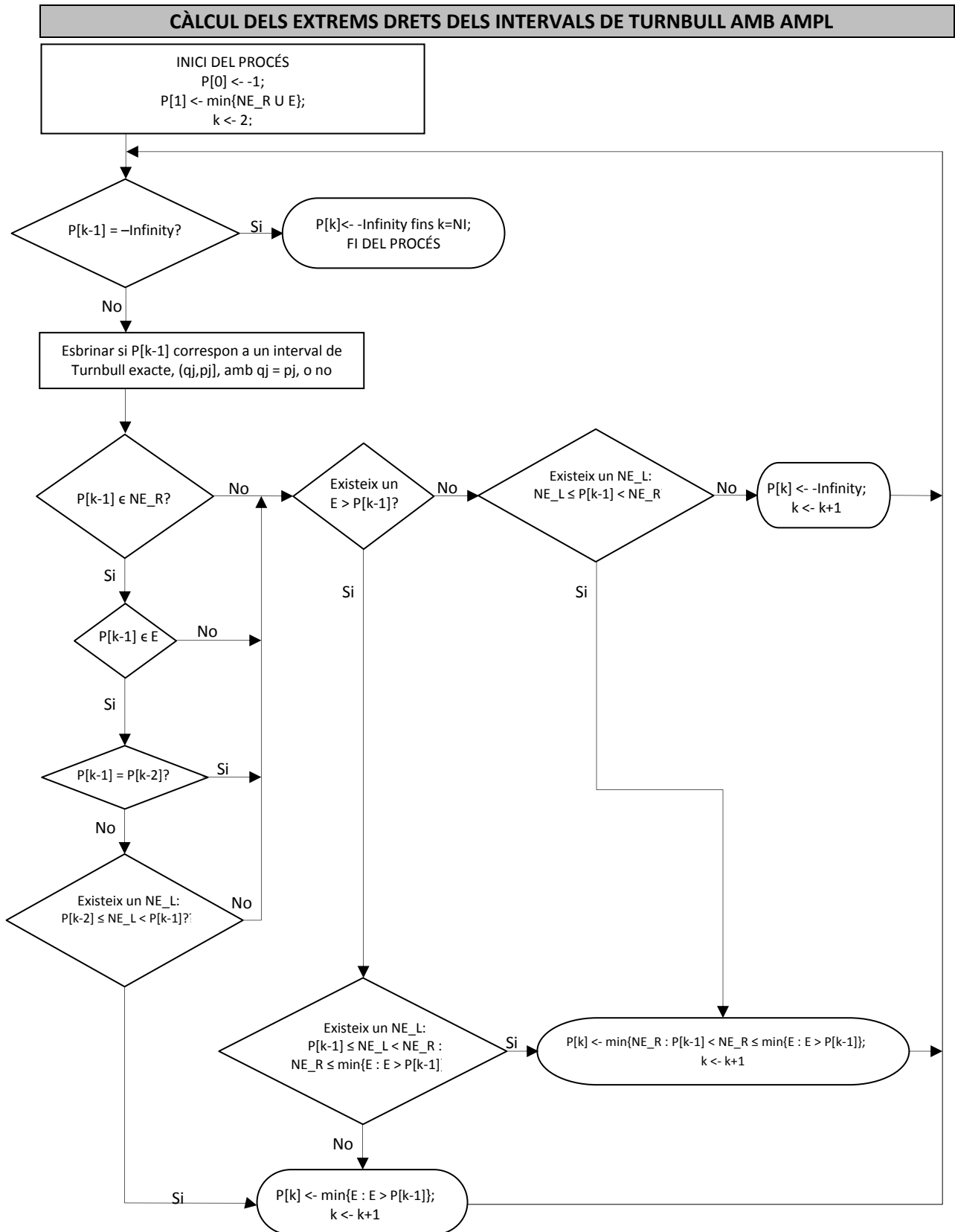


Figura 3.2: Diagrama del flux de TEA per al càlcul dels extrems drets dels intervals de Turnbull.

**CÀLCUL DELS EXTREMS ESQUERRES DELS INTERVALS DE TURNBULL AMB AMPL**

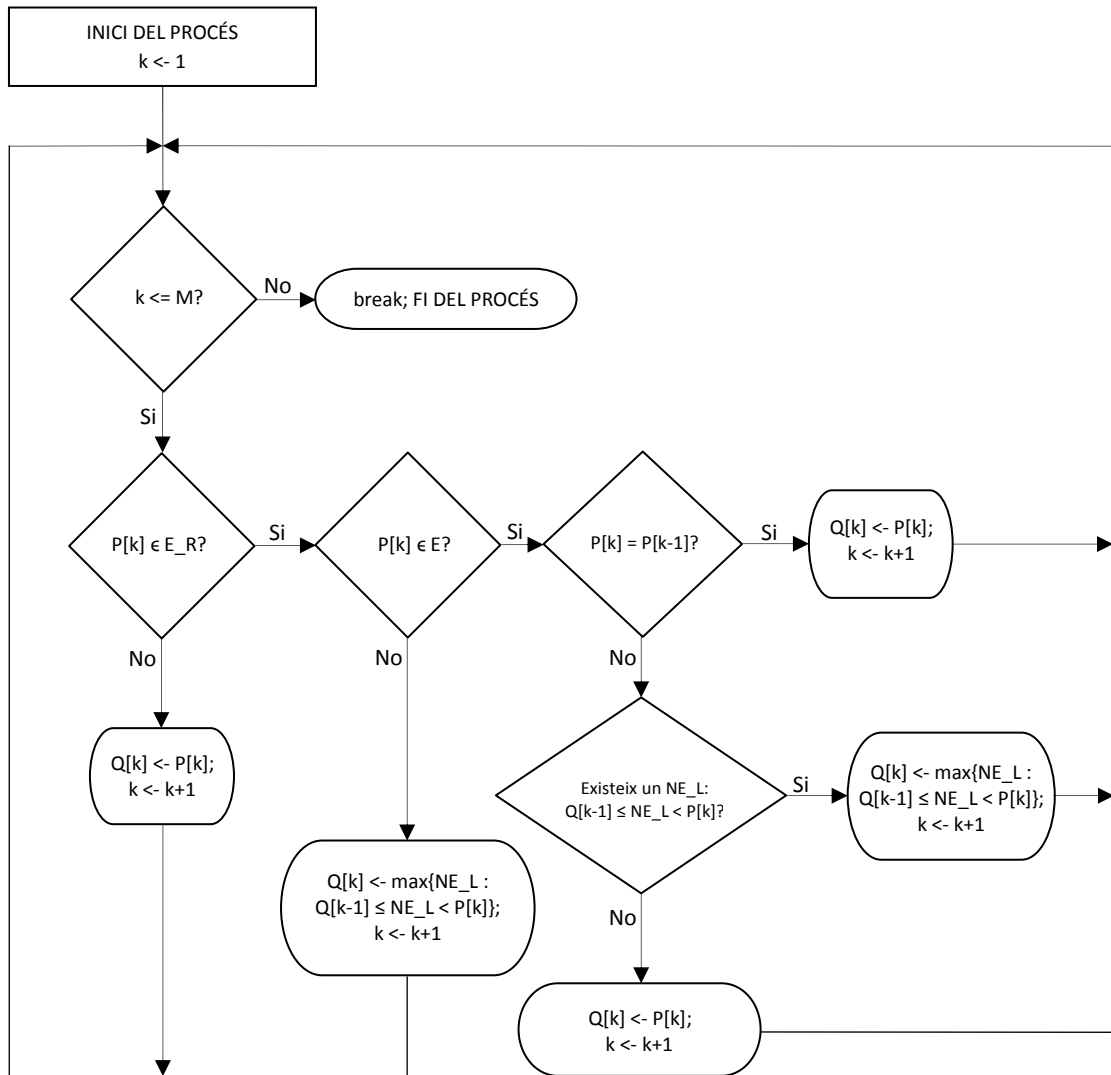


Figura 3.3: Diagrama del funcionament de TEA per al càlcul dels extrems esquerres dels intervals de Turnbull.

### CÀLCUL DE LA MATRIU DE CONTRIBUCIONS

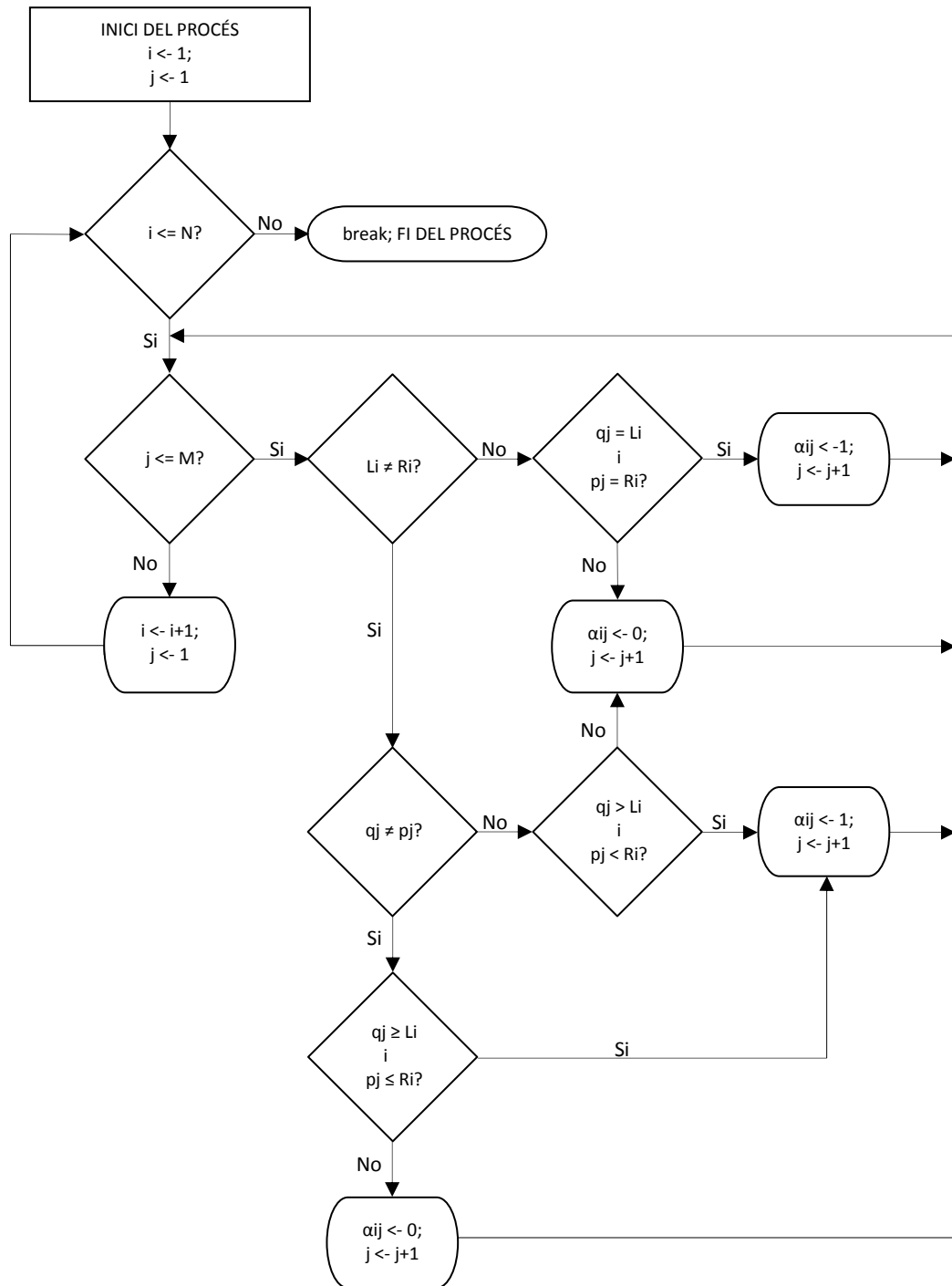


Figura 3.4: Diagrama del funcionament de TEA per al càlcul de la matriu de contribucions



### 3.3.2 Il·lustració: Exemple 1 (cont.)

Seguint amb les dades de l'Exemple 1 del apartat 2.2.2 veiem com el mètode TEA a través del servidor NEOS i el *solver* SNOPT obté els intervals de Turnbull i les probabilitats de fallada corresponents per a cada un d'ells.

Com ja s'ha vist en capítols anteriors, per a aquestes dades, els intervals de Turnbull són 10, per tant la funció objectiu de l'algorisme TEA, ha de trobar una solució òptima per a un vector de 10 components. És a dir, ha de maximitzar la següent funció de versemblança i trobar els valors de  $\hat{\omega}_j$  per a  $j = 1, \dots, 10$ :

$$\begin{aligned}
 l(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \omega_9, \omega_{10}) &= \sum_{i=1}^{15} \log\left(\sum_{j=1}^{10} \alpha_{ij} \omega_j\right) = \\
 &= \log(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) + \log(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6) + \log(\omega_5) + \log(\omega_8 + \omega_9 + \omega_{10}) + \log(\omega_7) + \\
 &+ \log(\omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_7 + \omega_8) + \log(\omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_{10}) + \log(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4) + \\
 &+ \log(\omega_1 + \omega_2) + \log(\omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 + \omega_7) + \log(\omega_9) + \\
 &+ \log(\omega_{10})
 \end{aligned}$$

Al tractar-se d'un exemple senzill, amb poques observacions i amb un grau de llibertat no molt elevat, la forma més ràpida és utilitzar NEOS a nivell local. Una vegada instal·lats el paquet i el *solver* i editats els tres arxius corresponents amb extensió .txt, inclosos en l'Annex C (l'arxiu model correspon al codi de l'apartat C1, el fitxer data al C2.1 i l'executable al C3) i guardats en la mateixa carpeta on es troba l'arxiu `sw.exe` comentat en el apartat 3.2, es procedeix als passos següents, tal i com es mostra a la Figura 3.5:

1. Accedir a la carpeta `amplcml` i obrir l'arxiu `sw.exe` amb un doble clic sobre la icona.
2. Activar AMPL amb la instrucció `ampl` i pressionant `ENTER`.
3. Escriure `cd` i la ruta del directori el qual conté els arxius d'AMPL i tancar la sentència amb un punt i coma. Per exemple `C:\AMPL\amplcml;`
4. En la següent línia s'escriu `include` acompanyat de l'arxiu executable amb extensió i tancant aquesta amb un punt i coma. Per exemple `include run.txt;`

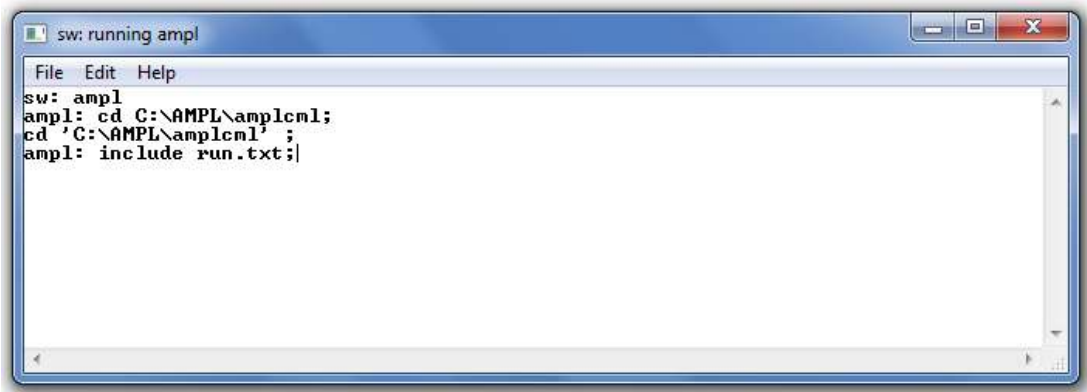


Figura 3.5: Comandes per activar AMPL i executar l'arxiu run.txt

Notem que prèviament, en l'arxiu `run.txt` s'ha d'indicar expressament el nom dels arxius model i data, ambdós amb la extensió `.txt`, i el solver que es vol fer servir, en el nostre cas el SNOPT.

Aquesta última comanda activa l'execució d'AMPL, el qual ell mateix invoca els arxius `model.txt` i `data.txt`. Al cap d'uns segons apareix en la mateixa finestra els resultats de maximitzar la funció objectiu (Veure Figura 3.6).

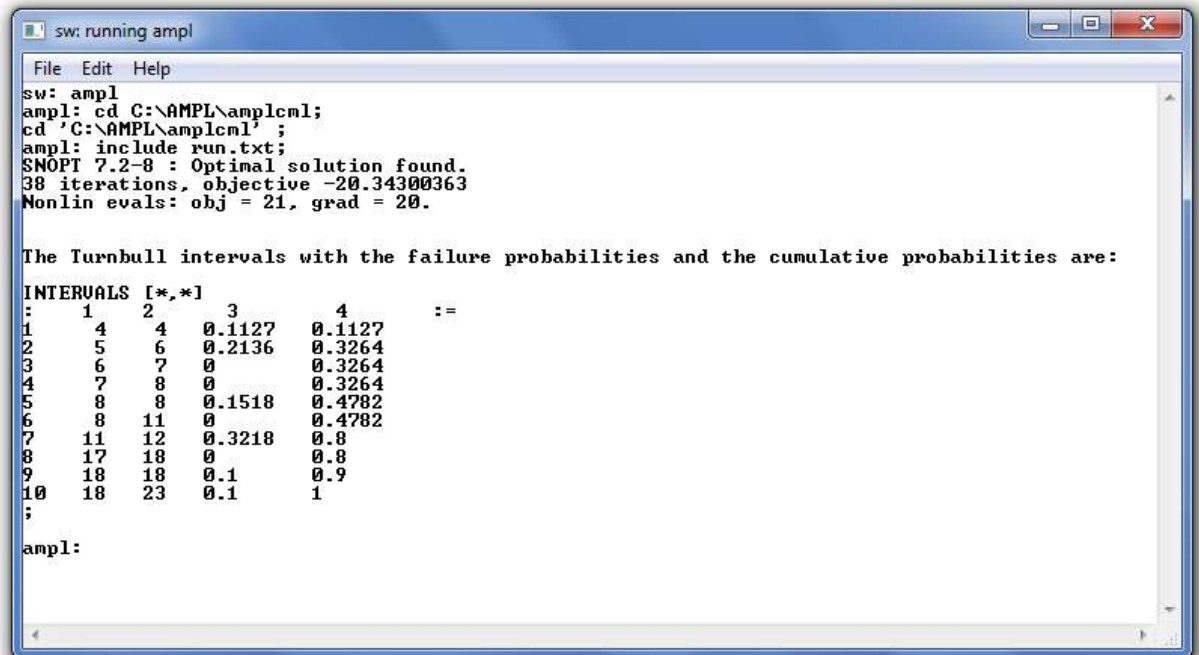


Figura 3.6: Intervals de Turnbull i probabilitats de fallada obtinguts amb TEA per a les dades de l'Exemple 1

Recordem que els valors "NA" (Taula 2.1), signifiquen infinit, i per tant, l'observació corresponent és una dada censurada per la dreta, s'ha d'especificar amb un valor numèric expressament, igual que passava amb R. A aquests valors se'ls assigna manualment al fitxer `data.txt` el 999. A més, és de gran importància saber que el mètode TEA proposat no necessita l'entrada ordenada dels valors, com requeria el paquet `Icens` de R.

La Figura 3.6 indica que la versió de SNOPT utilitzada és la 7.2.-8 i que ha trobat una solució òptima per a la funció objectiu. Com s'ha comentat anteriorment, el primer pas de TEA és trobar els intervals de Turnbull corresponents a les dades entrades. Per aquest cas són 10 i les columnes 1 i 2 indiquen els extrems esquerre i dret de cadascun d'ells. Per tant, la funció objectiu a maximitzar té que resoldre un vector de 10 posicions. Aquests valors són els corresponents a la columna 3. La columna 4 ens indica els pesos acumulats per a cada interval, i com es pot observar, l'acumulat per l'últim és 1, que satisfà la condició que el sumatori de les components de  $\hat{\omega}$  sigui 1. Aquestes seran d'importància en posteriors capítols. També indica que ha necessitat 38 iteracions per a trobar l'òptim, i que en l'òptim la funció objectiu val -20.343.

Així doncs, els intervals corresponents per a les dades de l'Exemple 1 obtinguts amb TEA són (4,4], (5,6], (6,7], (7,8], (8,8], (8,11], (11,12], (17,18], (18,18] i (18,23], i el vector  $\hat{\omega}$  que maximitza la versemblança és el (0.1127, 0.2136, 0.0000, 0.0000, 0.1518, 0.000, 0.3218, 0.0000, 0.1000, 0.1000). Aquest resultat és exactament els que hem obtingut amb R a l'apartat 2.3.3.

Fins a aquest punt, l'aportació que hem fet en el treball és un algorisme alternatiu per a calcular els intervals de Turnbull i les probabilitats corresponents per a dades censurades en un interval. Ara bé, amb això no es soluciona la inconsistència que presenta la Figura 1.1, objectiu d'aquest treball, ja que fins ara només s'ha treballat amb dades per a un temps donat, que poden ser, per exemple, les dades de gravetat 1 o baixa. I no s'ha especificat en cap moment les dades per a temps successius i les restriccions d'aquesta respecte l'anterior.

Al Capítol 4 veurem com resoldre aquest problema i proposarem un algorisme també en llenguatge AMPL, en el qual s'especificarà les restriccions entre temps, o gravetats, consecutiu, per tal que les corbes de les distribucions de supervivència estimades no es creuin.



# 4 Estimació de la durabilitat amb restriccions d'ordre

---

## **4 ESTIMACIÓ DE LA DURABILITAT AMB RESTRICCIONS D'ORDRE**

### **4.1 Introducció**

Fins a aquest punt, l'aportació que hem fet a aquest treball és un algorisme amb llenguatge AMPL que reproduïx l'estimador de Turnbull que obteníem amb R. Ara bé, recordem que l'objectiu d'aquest treball és estimar de manera simultània la durabilitat amb restriccions d'ordre per a gravetats de diferents nivells, per a resoldre la inconsistència que presenta la Figura 1.1, per tant, aquesta feina feta, ens permet estimar la distribució de supervivència per a la informació d'un primer temps, o dit d'una altra manera, podem estimar la distribució de supervivència de una lesió de gravetat 1 o baixa, però no ens permet estimar les probabilitats de fallada per a temps successius o gravetats més greus, sabent les probabilitats de fallar per a temps o gravetats anteriors.

En aquest capítol implementarem un nou algorisme en AMPL, a partir de dos temps donats, essent el primer les dades captades per a una lesió de gravetat 1 o baixa, i el segon, la informació per a una lesió de gravetat 2 o mitjana, i per tant amb certes restriccions en quan a les probabilitats de fallada acumulades per al temps 2 respecte les obtingudes a temps 1.

De manera general, l'algorisme proposat permetrà estimar la funció de supervivència de temps successius respecte a l'obtinguda per temps o esdeveniments anteriors, i solucionar, així, el creuament de les corbes de supervivència.

#### **4.1.1 Il·lustració: Exemple 2A**

Presentem el següent exemple, les dades del qual es mostren a la Taula 4.1, i que corresponen als resultats obtinguts de la inspecció d'una mostra de 15 façanes que han estat inspeccionades en cert moment en el temps, i volem estudiar el temps fins a una fallada de gravetat 1 (baixa) i el temps fins a una fallada més avançada de gravetat 2 (mitjana).

id	time_insp	grav	time_1		Time_2	
			left	right	left	right
1	2.20	2	0	2.20	0	2.20
2	8.80	2	0	8.80	0	8.80
3	18.18	2	0	18.18	0	18.18
4	24.24	2	0	24.24	0	24.24
5	28.28	2	0	28.28	0	28.28
6	6.60	1	0	6.60	6.60	NA
7	10.10	1	0	10.10	10.10	NA
8	14.14	1	0	14.14	14.14	NA
9	20.20	1	0	20.20	20.20	NA
10	26.26	1	0	26.26	26.26	NA
11	4.40	-	4.40	NA	4.40	NA
12	12.12	-	12.12	NA	12.12	NA
13	16.16	-	16.16	NA	16.16	NA
14	22.22	-	22.22	NA	22.22	NA
15	30.30	-	30.30	NA	30.30	NA

Taula 4.1: Dades de l'Exemple 2A.

La Taula 4.1. presenta a la columna `time_insp` l'edat de les façanes en el moment de la inspecció i a la columna `grav` la gravetat detectada. Això permet obtenir la informació censurada dels temps fins a la lesió per a cadascuna de les gravetats i que es mostra a les columnes `time_1` i `time_2`, respectivament.

Hem realitzat la Figura 4.1 per representar els intervals de Turnbull que potencialment poden tenir una probabilitat de fallada diferent a zero (intervals verds), tot numerant-los ordenadament. Aquests intervals, seran possibles zones on la funció de supervivència pot quedar no definida.

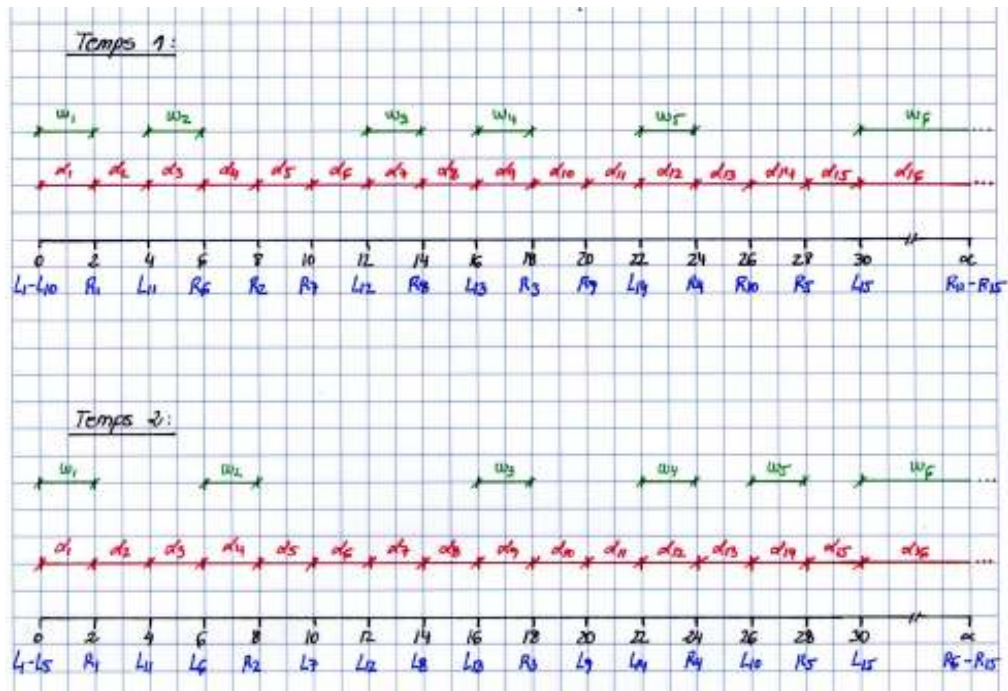


Figura 4.1: Intervals de Turnbull esperats amb R o TEA per a `time_1` i `time_2` estudiats separatament (verd) i possibles intervals que poden tenir o no un pes estudiats simultàniament amb TEAR (vermell).

A continuació calculem els intervals de Turnbull, les probabilitats de fallada i les probabilitats de fallada acumulades per a `time_1` i per a `time_2` respectivament, calculats separatament, amb la funció `EMICM()` des de R. En les Taules 4.2 i 4.3 mostrem els resultats obtinguts.

time_1				
Interval				
	left	right	EMICM	Cum.
1	0.00	2.20	0.5000	0.5000
2	4.40	6.60	0.1667	0.6667
3	12.12	14.14	0.0000	0.6667
4	16.16	18.18	0.0000	0.6667
5	22.22	24.24	0.0833	0.7500
6	30.30	999.00	0.2500	1.0000

*Taula 4.2: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb R per les dades de l'Exemple 2A per a `time_1`.*

time_2				
Interval				
	left	right	EMICM	Cum.
1	0.00	2.20	0.2500	0.2500
2	6.60	8.80	0.0000	0.2500
3	16.16	18.18	0.0833	0.3333
4	22.22	24.24	0.1667	0.5000
5	26.26	28.28	0.0000	0.5000
6	30.30	999.00	0.5000	1.0000

*Taula 4.3: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb R per les dades de l'Exemple 2A per a `time_2`.*

De manera general, el pes associat per a cada interval de Turnbull el denotarem per  $\omega_j^k$ , on  $k$  és el temps de les dades en estudi,  $j$  el número d'interval corresponent per al temps  $k$ , amb  $j = 1, \dots, m^k$ , on  $m^k$  és el nombre total d'intervals per al temps  $k$ .

La Figura 4.2 mostra la funció de supervivència de per als dos temps mitjançant la funció `plot` de R. Com es pot observar els intervals que en les taules anteriors tenien una probabilitat de fallada diferent de zero, en el gràfic es mostren en zones de color verd, indicant que la probabilitat de fallada en els punts interiors d'aquests intervals no està identificada.

Per altra banda, notem que les probabilitats de fallada acumulada per a `time_2`, són iguals o inferiors a les obtingudes per a `time_1`. Això vol dir, que per a aquestes dades, la probabilitat que s'hagi produït una lesió de gravetat mitjana com a molt en un moment donat és inferior o igual que la probabilitat que s'hagi produït una lesió de gravetat baixa. Per tant, l'estimació separada de les corbes de supervivència no presenta cap problema d'inconsistència.



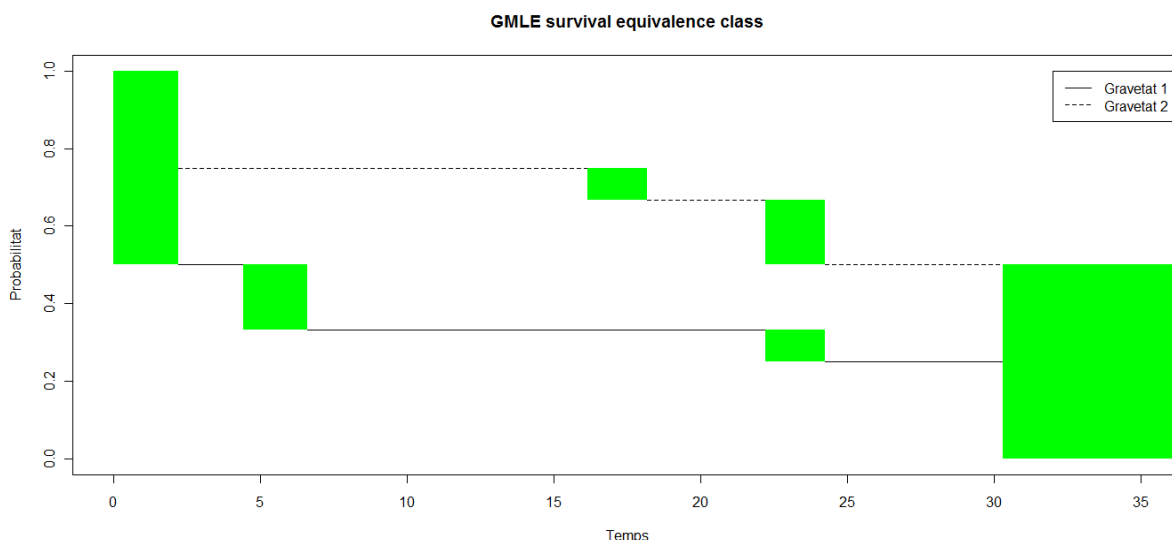


Figura 4.2: Funció de supervivència per a les dades de l'Exemple 2A per a *time\_1* i *time\_2* amb R.

Només amb efectes didàctics, notem, que al tractar-se d'un exemple amb poques dades, podem seguir operant amb AMPL a nivell local i podem reproduir els resultats obtinguts amb R. Així doncs, a partir de l'arxiu *sw.exe* i seguint els passos per a la seva execució tal i com hem d'escrit en capítols anteriors, procedim a calcular els intervals de Turnbull i les probabilitats corresponents utilitzant el mètode TEA, també, de forma separada per a cadascun dels temps d'interès. Les Taules 4.4 i 4.5 mostren els resultats obtinguts amb AMPL.

time_1				
Interval				
	left	right	TEA	Cum.
1	0.00	2.20	0.5000	0.5000
2	4.40	6.60	0.1667	0.6667
3	12.12	14.14	0.0000	0.6667
4	16.16	18.18	0.0000	0.6667
5	22.22	24.24	0.0833	0.7500
6	30.30	999.00	0.2500	1.0000

Taula 4.4: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb TEA per a les dades de l'Exemple 2A per a *time\_1*.

time_2				
Interval				
	left	right	TEA	Cum.
1	0.00	2.20	0.2500	0.2500
2	6.60	8.80	0.0000	0.2500
3	16.16	18.18	0.0833	0.3333
4	22.22	24.24	0.1667	0.5000
5	26.26	28.28	0.0000	0.5000
6	30.30	999.00	0.5000	1.0000

Taula 4.5: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades corresponents calculats amb TEA per a les dades de l'Exemple 2A per a *time\_2*.

#### 4.1.2 Il·lustració: Exemple 2B

A continuació presentem un altre exemple amb la idea de poder reproduir el creuament de les corbes de supervivència de la Figura 1.1. Són les mateixes dades de l'Exemple 2A, però modificant les dades de les observacions 3, 8, 9, 12 i 13. Ara aquestes observacions ens informen que justament en

el moment de la inspecció, es va produir la lesió de gravetat 2 o mitjana. Les dades es recullen a la Taula 4.6.

id	time_insp	grav	time_1		time_2	
			Left	right	Left	right
1	2.20	2	0	2.20	0	2.20
2	8.80	2	0	8.80	0	8.80
<b>3</b>	<b>18.18</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>18.18</b>	<b>18.18</b>	<b>18.18</b>
4	24.24	2	0	24.24	0	24.24
5	28.28	2	0	28.28	0	28.28
6	6.60	1	0	6.60	6.60	NA
7	10.10	1	0	10.10	10.10	NA
<b>8</b>	<b>14.14</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>14.14</b>	<b>14.14</b>	<b>14.14</b>
<b>9</b>	<b>20.20</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>20.20</b>	<b>20.20</b>	<b>20.20</b>
10	26.26	1	0	26.26	26.26	NA
11	4.40	-	4.40	NA	4.40	NA
<b>12</b>	<b>12.12</b>	<b>2</b>	<b>12.12</b>	<b>NA</b>	<b>12.12</b>	<b>12.12</b>
<b>13</b>	<b>16.16</b>	<b>2</b>	<b>16.16</b>	<b>NA</b>	<b>16.16</b>	<b>16.16</b>
14	22.22	-	22.22	NA	22.22	NA
15	30.30	-	30.30	NA	30.30	NA

Taula 4.6: Dades de l'Exemple 2B.

A l'igual que a l'Exemple 2A podem calcular els intervals de Turnbull i les probabilitats de fallada per a `time_1` i `time_2`, separadament un de l'altre, tant amb R com amb AMPL i obtindrem els mateixos resultats. La Taula 4.7 i la Taula 4.8 mostren els intervals de Turnbull, les probabilitats de fallada i les probabilitats de fallada acumulades per a `time_1` (Taula 4.7) i les respectives per a `time_2` (Taula 4.8) obtinguts amb la funció `EMICM()` de R i el nostre mètode TEA per AMPL.

Notem que en modificar les dades inicials i construir quatre intervals exactes, fruit d'observar la lesió de gravetat mitjana just al mateix moment de la inspecció, fa que els intervals de Turnbull resultants per a `time_2` variïn respecte els obtinguts a l'Exemple 2A, i en conseqüència les probabilitats respectives també ho facin. En canvi, els intervals de Turnbull i les probabilitats respectives per a `time_1` són els mateixos que en l'Exemple 2A, ja que les dades inicials, en aquest cas, no s'han modificat.



Amb les eines que tenim fins ara no podem solucionar el problema de inconsistència que presenten els estimadors resultants. Per la seva part R no té una funció implementada que calculi l'estimador de Turnbull aplicant un ordre entre les probabilitats d'aquest. A la següent secció presentem i implementem un algorisme general, adaptació del mètode TEA, per a l'estimació de corbes de supervivència per a temps successius i que resol les inconsistències detectades.

#### 4.2 Algorisme TEA amb restriccions (TEAR) per a temps successius

Com hem vist als exemples anteriors, l'estimador de Turnbull (Turnbull, 1976) no es pot aplicar per a temps successius quan se li aplica unes restriccions d'ordre entre ells. És per aquest motiu que implementem un algorisme amb el llenguatge AMPL que, a diferència de l'estimador de Turnbull, utilitza tots els intervals que es formen a partir dels extrems esquerre i dret dels intervals inicials (vegeu intervals en vermell de la Figura 4.1), però que permet incorporar les restriccions d'ordre en quan a les probabilitats de fallada acumulada del temps en estudi respecte a les d'un temps anterior. La restricció que li aplicarem a la probabilitat de fallada acumulada a l'interval  $j$  per a un `time_k`, per  $k > 1$ , és que aquesta ha de ser inferior o igual a la probabilitat respectiva per al `time_(k-1)`.

En altre termes, si  $M$  és el nombre total d'intervals possibles d'un conjunt de  $N$  observacions per a un `time_k`, amb  $k > 1$ ,  $ZL_j$  i  $ZR_j$  són els extrems esquerre i dret d'aquests intervals, amb  $j = 1, \dots, M$ ,  $\hat{\omega}_j^k$  i  $\hat{\beta}_j^k$  són les probabilitats de fallada i les probabilitats de fallada acumulada per a l'interval  $j$  a estimar respectivament, i  $\beta_j^{k-1}$  és la probabilitat de fallada acumulada estimada per al `time_(k-1)` respecte al mateix interval  $j$  per a `time_k`, la restricció que plantejem és  $\hat{\beta}_j^k \leq \beta_j^{k-1}$ .

Per a aquest cas, el contingut dels tres fitxers amb llenguatge AMPL que preparem per al *solver* NEOS són els següents (Figura 4.4):

- El fitxer model conté la inicialització i definició de tots els paràmetres necessaris. Identifiquem els extrems `NE_L` i `NE_R` (recordem que aquesta notació significava els extrems esquerre i dret de les observacions no exactes), i els extrems `E` (extrems de les observacions Exactes). Aquests s'ordenen de menor a major, començant pel 0, amb la particularitat que no es repeteixin els valors, excepte aquells fruits d'una observació exacte. A partir d'aquesta ordenació és calculen els extrems esquerres,  $ZL_j$ , i els drets  $ZR_j$  dels possibles intervals amb una probabilitat de fallada i es calcula la matriu de contribucions. Es continua amb el càlcul del vector de

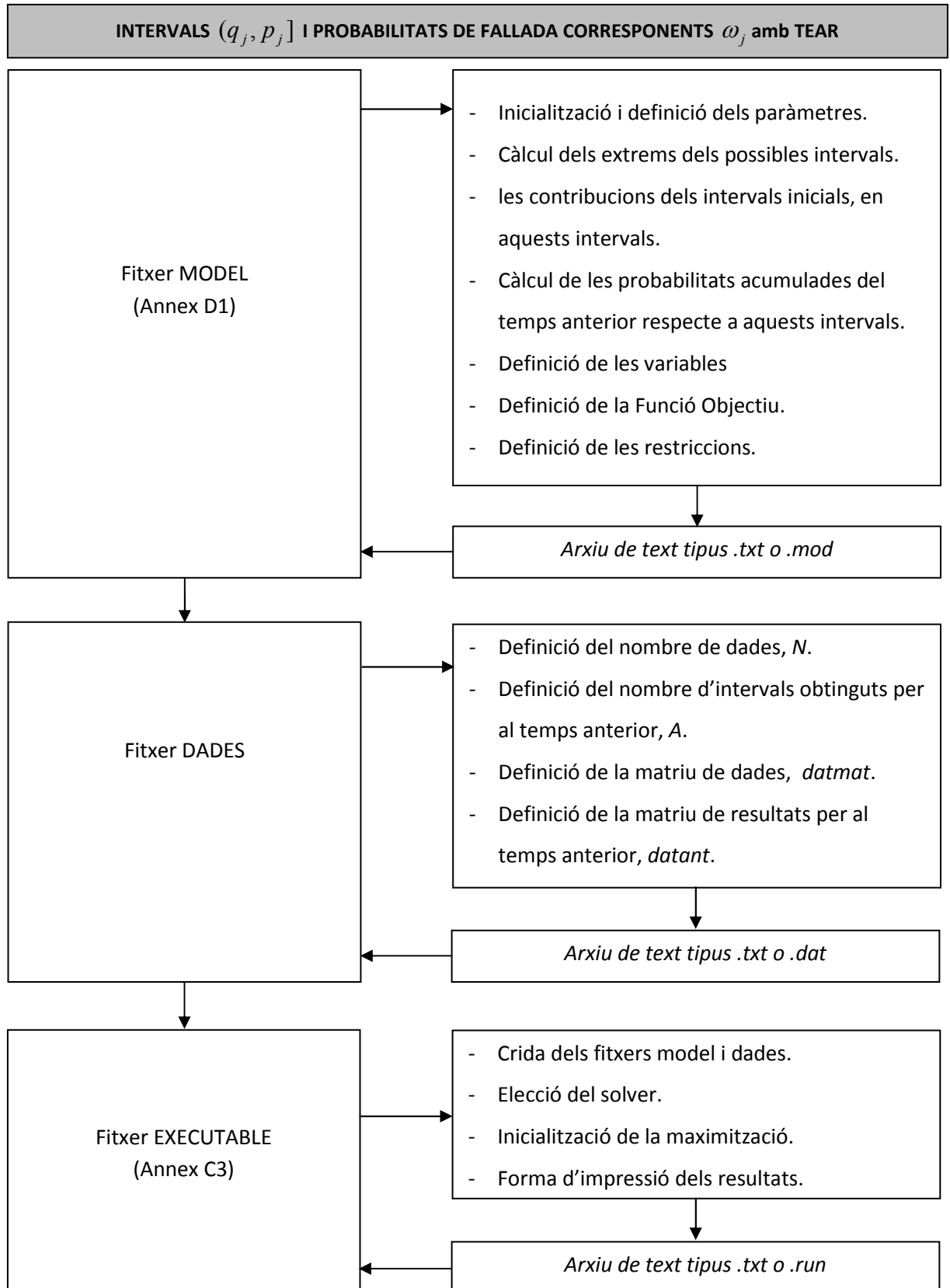


Figura 4.4: Contingut dels arxius de l'algoritme TEAR

probabilitats per al temps anterior (dades les quals són entrades en el fitxer data), respecte els intervals obtinguts per a aquest temps a estudi,  $\beta_j^{k-1}$ , és a dir, respecte els intervals  $(ZL_j, ZR_j]$ . Finalment es defineixen les variables, la funció objectiu i les restriccions. En aquest model tenim dues variables; les probabilitats a estimar  $\hat{\omega}_j^k$ , que seran positives i la variable que ens permet fer la restricció  $\hat{\beta}_j^k$  definida com més petita o igual al paràmetre  $\beta_j^{k-1}$ . La funció objectiu és la mateixa que al mètode TEA. I finalment, les restriccions són que la suma de les probabilitats sigui igual a 1,  $\sum_{j=1}^M \beta_j^k = 1$ , i que  $\hat{\beta}_j^k = \sum_{l=1}^j \hat{\omega}_l^k$ .

- L'arxiu de dades, consta de quatre paràmetres: el primer és la inicialització del valor d'observacions N del conjunt de dades en estudi, i el segon és la inicialització d'una matriu de dues columnes, la columna esquerra de la qual es situen els extrems esquerres de es observacions  $L_i$ , i en la columna dreta els extrems drets  $R_i$  de les mateixes, igual que en TEA. Ara, a més, s'inclou un nou paràmetre A que defineix el número d'intervals resultants per al temps anterior, i una matriu Ax4; la primera i la segona columna comprenen els extrems esquerre i drets dels intervals obtinguts per al temps anterior, i la tercera i quarta columna inclou les probabilitats de fallada i les probabilitats acumulades respectiva als intervals anterior.
- Finalment, l'executable, es el mateix que s'utilitza en TEA.

L'algorisme funciona seguint els següents passos, tal i com mostrem en la Figura 4.5:

1. Es defineixen els conjunts i paràmetres de les dades per al temps en estudi.
  - 1.1. Es defineixen els paràmetres de les dades per el temps anterior, entrades en el corresponent fitxer de dades com una matriu Ax4 on A és el nombre d'intervals del temps anterior, la columna 1 i 2 corresponen als extrems esquerre i dret d'aquests, la columna 3 conté les probabilitats de fallada per a cada interval i la quarta columna la probabilitat acumulada corresponent.
2. S'inicialitza un vector que tindrà com a màxim NI posicions, que és la suma dels extrems esquerre d'observacions no exactes més els extrems drets de les mateixes més dos vegades el nombre d'observacions exactes. Aquest vector contindrà tots els extrems de les observacions ordenats ascendentment des de 0, amb la particularitat que si existeix un interval exacte, aquest valor ha de sortir 2 cops.

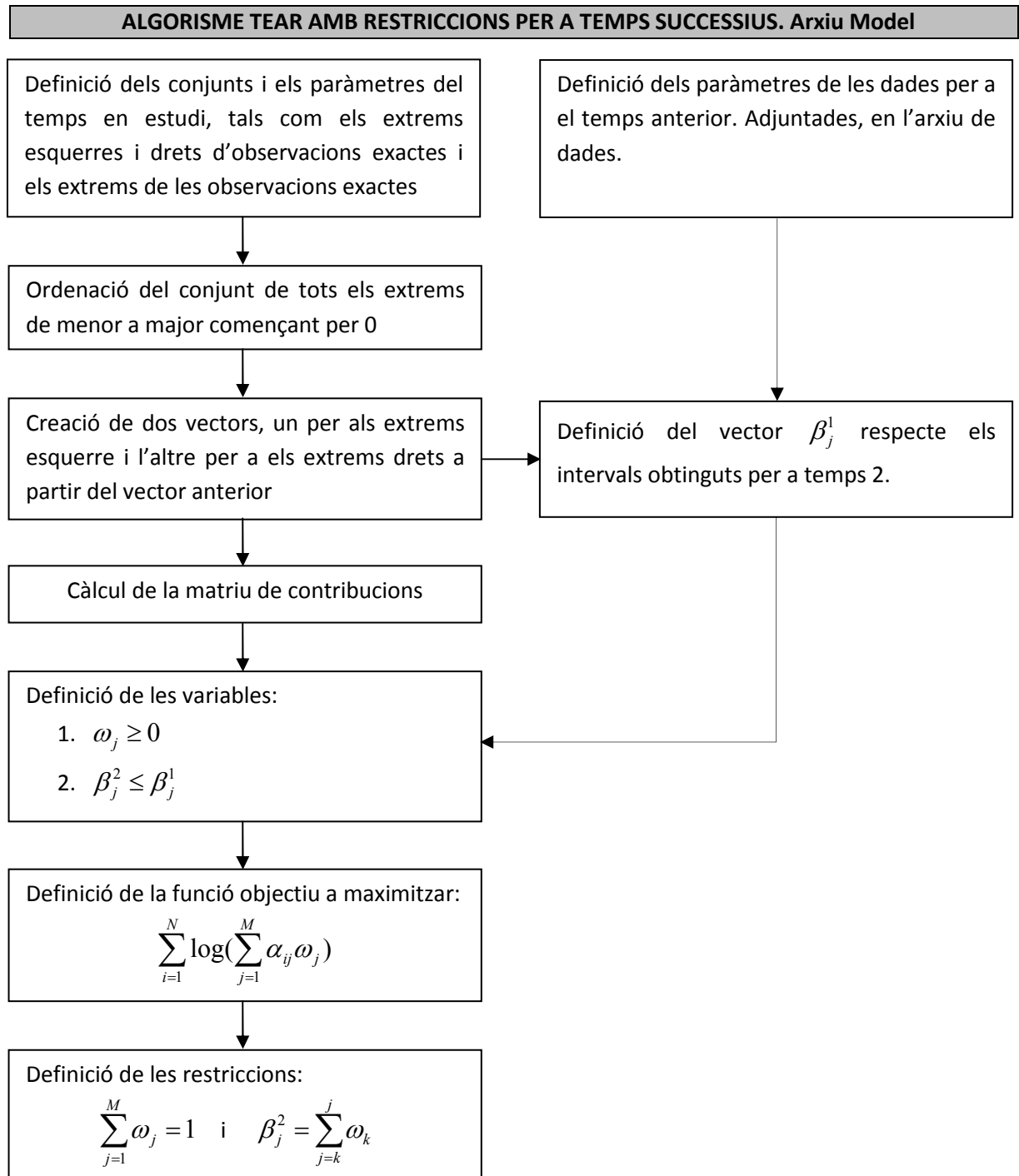


Figura 4.5: Diagrama de funcionament de l'algoritme TEA amb restriccions per a temps successius

3. Creació de dos vectors, un pels extrems esquerres,  $z_L$ , i un altre pels extrems drets,  $z_R$ , dels possibles intervals els punts interiors dels quals poden estar identificats amb una probabilitat de fallada. La primera posició del vector dels extrems esquerres correspondrà al primer vector a calculat en el apartat 2 i les següents posicions prendran els valors successius. Per contra, el primer valor del vector d'extrems esquerres serà al segon del vector calculat en el apartat 2, i les següents els valors successius.

- 3.1. Es defineix el vector  $\beta_1$  de M posicions (essent M el nombre de posicions del vector del pas 2 diferents a `-Infinity`). Aquest contindrà per a cada posició  $j$ , amb  $j = 1, \dots, M$ , la probabilitat de fallada per al temps anterior respecte els intervals calculats en el pas 3.
4. Calcular la matriu de contribucions,  $\alpha_{ij}$ , amb  $i = 1, \dots, N$  i  $j = 1, \dots, M$ , dels intervals inicials  $(L_i, R_i)$ , en els intervals calculats en el pas 3,  $(ZL_j, ZR_j]$ , de la mateixa manera que s'operava en l'algorisme TEA.
5. Es defineixen les variables. En aquest algorisme n'hi ha dues. Una que correspon als valors  $\hat{\omega}_j$ , amb  $j = 1, \dots, M$ , de la funció objectiu a maximitzar. L'altre és la variable  $\beta_2$  de M posicions. Aquesta es declara de manera que cada posició  $j$  sigui inferior o igual a la posició respectiva del vector  $\beta_1$ . Per tant és aquí on tenim la primera restricció d'ordre entre temps successius.
6. Definició de la funció objectiu. Aquesta segueix essent la mateixa que en l'algorisme TEA.
7. Definició de les restriccions. En aquest cas en tindrem dues, la pròpia a les probabilitats, tal que la suma de tot  $\hat{\omega}_j$  ha de ser 1, i la segona és aquella que dona valors al vector  $\beta_2$ , cada posició d'aquest vector conté la suma acumulada de la variable  $\hat{\omega}_k$ , amb  $k = 1, \dots, j$ .

#### 4.2.1 Il·lustració: Exemple 2B (Cont.)

Seguim amb l'Exemple 2B, al qual veiem que les funcions de supervivència per a `time_1` i `time_2` es creuen a l'interval  $(20.20, 20.20]$  (Figura 4.3), i no podem solucionar ni amb la funció `EMCIM()` de la llibreria `Icens` des de R (ni tampoc, doncs, amb el mètode TEA), si les dades s'estudiaven per separat.

Primerament calcularem els intervals de Turnbull i les probabilitats de fallada i acumulades corresponents per a `time_1`, ja que aquest són el punt de partida, ja que no tenen un temps d'interès que el precedeixi. La Figura 4.6 mostra els resultats des d'AMPL.



```

SNOPT 7.2-8 : Optimal solution found.
24 iterations, objective -9.364262454
Nonlin evals: obj = 19, grad = 18.

```

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

```

INTERVALS  [*,*]
:      1      2      3      4      :=
1      0      2.2    0.5    0.5
2      4.4     6.6   0.1667  0.6667
3     12.12   14.14    0     0.6667
4     16.16   18.18    0     0.6667
5     22.22   24.24   0.0833  0.75
6     30.3    999     0.25    1
;

```

Figura 4.6: Intervals de Turnbull i probabilitats de fallada i probabilitats acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a `time_1` obtinguts amb TEA.

El següent pas és seleccionar les files 1-6 (identificació del número de l'interval), les copiem i l'adjuntem al fitxer que contenia les dades per a `time_2` de l'Exemple 2B, i en aquesta matriu li la definim com a paràmetre i amb el nom `datant`. Abans de guardar aquest nou arxiu, hem d'especificar, en el mateix, el nombre d'intervals, o files, que té aquesta matriu, per exemple, `A`. (Detalls a l'Annex D2.1)

La Figura 4.7 mostra l'*output* dels intervals, probabilitats de fallada i probabilitats acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a `time_2` obtinguts amb l'algorisme TEAR, però amb les restriccions desactivades, que reproduïx els resultats de la Figura 4.4 obtinguts amb TEA. La diferència recau en que l'optimitzador, per tractar-se d'un problema més complex, ha necessitat més iteracions; amb TEA ha necessitat 33 iteracions, i ara 67.

SNOPT 7.2-8 : Optimal solution found.  
 67 iterations, objective -19.60175639  
 Nonlin evals: obj = 25, grad = 24.

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

```
INTERVALS  [*,*]
:      1      2      3      4      :=
1      0      2.2    0.1628  0.1628
2      2.2    4.4     0      0.1628
3      4.4    6.6     0      0.1628
4      6.6    8.8     0      0.1628
5      8.8   10.1     0      0.1628
6     10.1   12.12    0      0.1628
7     12.12  12.12    0.1149  0.2777
8     12.12  14.14    0      0.2777
9     14.14  14.14    0.1149  0.3926
10    14.14  16.16    0      0.3926
11    16.16  16.16    0.1149  0.5074
12    16.16  18.18    0      0.5074
13    18.18  18.18    0.1149  0.6223
14    18.18  20.2     0      0.6223
15    20.2   20.2     0.1149  0.7372
16    20.2   22.22    0      0.7372
17    22.22  24.24    0      0.7372
18    24.24  26.26    0      0.7372
19    26.26  28.28    0      0.7372
20    28.28  30.3     0      0.7372
21    30.3   999      0.2628  1
;
```

*Figura 4.7: Intervals, probabilitats de fallada i probabilitats de fallada acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a time\_2 obtinguts amb TEAR, però amb les restriccions desactivades.*

Quan executem l'algorisme amb restriccions, obtenim els resultats que es mostren a la Figura 4.8, i a mode comparatiu el resumim a la Taula 4.9 juntament amb els obtinguts prèviament sense utilitzar la informació de time\_1. Com podem observar els intervals són els mateixos, però les probabilitats estimades han variat, i en tot moment les probabilitats acumulades són inferiors o iguals a les probabilitats acumulades per a time\_1. Si ens fixem, l'interval que presentava una problema d'inconsistència, el (20.20,20.20], degut que la probabilitat de fallada en aquest feia que l'acumulada fos major a la corresponent per a time\_1, ara, justament té com a probabilitat acumulada el mateix que per a time\_1.

SNOPT 7.2-8 : Optimal solution found.  
 105 iterations, objective -19.73734507  
 Nonlin evals: obj = 53, grad = 52, constrs = 53, Jac = 52.

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

```
INTERVALS [*,*]
:      1      2      3      4      :=
1      0      2.2    0.1511  0.1511
2      2.2    4.4     0      0.1511
3      4.4    6.6     0      0.1511
4      6.6    8.8     0      0.1511
5      8.8   10.1     0      0.1511
6     10.1   12.12    0      0.1511
7     12.12  12.12    0.1031  0.2543
8     12.12  14.14    0      0.2543
9     14.14  14.14    0.1031  0.3574
10    14.14  16.16    0      0.3574
11    16.16  16.16    0.1031  0.4605
12    16.16  18.18    0      0.4605
13    18.18  18.18    0.1031  0.5636
14    18.18  20.2     0      0.5636
15    20.2   20.2     0.1031  0.6667
16    20.2   22.22    0      0.6667
17    22.22  24.24    0      0.6667
18    24.24  26.26    0      0.6667
19    26.26  28.28    0      0.6667
20    28.28  30.3     0      0.6667
21    30.3   999      0.3333  1
;
```

*Figura 4.8: Intervals, probabilitats de fallada i probabilitats de fallada acumulades de les dades de l'Exemple 2B per a time\_2 obtinguts amb TEAR.*

En la Figura 4.8, podem observar també, que amb comparació amb els resultats de la Figura 4.7, l'optimitzador ha necessitat més iteracions que en el cas anterior per a trobar una solució òptima, que l'objectiu té un valor més petit, i que el problema és més complex en objectes, en graus de llibertat i en restriccions.

Interval			time_1		time_2			
			weight	Cum.	without restrictions		with restrictions	
left	right				weight	Cum.	weight	Cum.
1	0.00	2.20	0.5000	0.5000	0.1628	0.1628	0.1511	0.1511
2	2.20	4.40	0.0000	0.5000	0.0000	0.1628	0.0000	0.1511
3	4.40	6.60	0.1667	0.6667	0.0000	0.1628	0.0000	0.1511
4	6.60	8.80	0.0000	0.6667	0.0000	0.1628	0.0000	0.1511
5	8.80	10.10	0.0000	0.6667	0.0000	0.1628	0.0000	0.1511
6	10.10	12.12	0.0000	0.6667	0.0000	0.1628	0.0000	0.1511
7	12.12	12.12	0.0000	0.6667	0.1149	0.2777	0.1031	0.2543
8	12.12	14.14	0.0000	0.6667	0.0000	0.2777	0.0000	0.2543
9	14.14	14.14	0.0000	0.6667	0.1149	0.3926	0.1031	0.3574
10	14.14	16.16	0.0000	0.6667	0.0000	0.3926	0.0000	0.3574
11	16.16	16.16	0.0000	0.6667	0.1149	0.5074	0.1031	0.4605
12	16.16	18.18	0.0000	0.6667	0.0000	0.5074	0.0000	0.4605
13	28.28	18.18	0.0000	0.6667	0.1149	0.6223	0.1031	0.5636
14	18.18	20.20	0.0000	0.6667	0.0000	0.6223	0.0000	0.5636
15	20.20	20.20	0.0000	0.6667	0.1149	0.7372	0.1031	0.6667
16	20.20	22.22	0.0000	0.6667	0.0000	0.7372	0.0000	0.6667
17	22.22	24.24	0.0833	0.7500	0.0000	0.7372	0.0000	0.6667
18	24.24	26.26	0.0000	0.7500	0.0000	0.7372	0.0000	0.6667
19	26.26	28.28	0.0000	0.7500	0.0000	0.7372	0.0000	0.6667
20	28.28	30.30	0.0000	0.7500	0.0000	0.7372	0.0000	0.6667
21	30.30	999.00	0.2500	1.0000	0.2628	1.0000	0.3333	1.0000

Taula 4. 9: Taula resum de les probabilitats de fallada i probabilitats acumulades per a time\_1 respecte els intervals per a time\_2, i les respectives per a time\_2 calculades amb i sense restriccions, per a les dades de l'Exemple 2B.

La Figura 4.9 mostra els resultats mitjançant les corbes de supervivència per a time\_1 i per a time\_2 per a les dades de l'Exemple 2B un cop corregit el problema d'inconsistència.



Figura 4. 9: Funció de supervivència per a les dades de l'Exemple 2B per a time\_1 i time\_2 amb restriccions d'ordre.

# 5 Simulació d'un cas pràctic

---

## 5 SIMULACIÓ D'UN CAS PRÀCTIC

### 5.1 Introducció

Per a posar en pràctica l'algorisme TEAR, implementat en aquest treball, per a estimar la funció de supervivència amb restriccions d'ordre, hem simulat un conjunt de dades censurades per tal de reproduir un cas pràctic similar a la Figura 1.2.

El primer pas ha sigut la simulació de tres temps de fallada segons la gravetat de la lesió (Baixa, Mitjana o Alta), per a simular en quin moment va aparèixer la lesió i de quina gravetat era, així com la simulació del temps d'inspecció, per a saber en quin moment es va realitzar la inspecció. A partir d'aquests temps, s'ha calculat els intervals censurats corresponents a cada individu, per conèixer si en el moment de la inspecció la façana en estudi, ja presentava una lesió o no, i en cas afirmatiu, de quina gravetat es tractava.

A continuació, hem procedit a reproduir gràficament les tres funcions de supervivència segons la gravetat de la lesió amb R, per a veure si aquestes resultaven inconsistentes, és a dir, es creuaven entre elles, o no. i si aquestes es creuen, veure que l'algorisme TEAR implementat amb llenguatge AMPL i a partir del servidor NEOS i el *solver* SNOPT estima les corbes de durabilitat corresponents tals que solucionen aquest problema.

### 5.2 Simulació de les dades

Per a la obtenció de les dades que farem servir, simulem una mostra de 2500 observacions amb R, grandària suficient per obtenir uns resultats que s'acostin a la realitat, fixant prèviament una llavor, per tal de reproduir tantes vegades com ho requerim i sempre obtenir els mateixos valors. La llavor que fem servir en aquest projecte és 157 (`set.seed(157)`).

Els temps de fallada i els temps d'inspecció els simularem amb dos decimals. Aquests temps indiquen quina edat, en anys, té l'element inspeccionat quan va patir una certa lesió i, anàlogament, quina edat té quan va ser inspeccionat.

### 5.2.1 Els temps de fallada

El temps de fallada d'un cert individu l'aconseguim amb tres funcions exponencials de paràmetre  $\beta_i$ , amb  $i = 1, 2, 3$ , corresponents a cada un dels nivells de gravetat (1=Baixa, 2=Mitjana o 3=Alta). Les funcions exponencials que proposem són de paràmetre  $\beta$  igual a 40, 60 i 70 respectivament.

La Figura 5.1. mostra les tres corbes exponencials de paràmetre 40, 60 i 70 respectivament. Com podem veure queden ordenades ascendentment, tal i com passa amb els nivells de les gravetats d'una lesió.

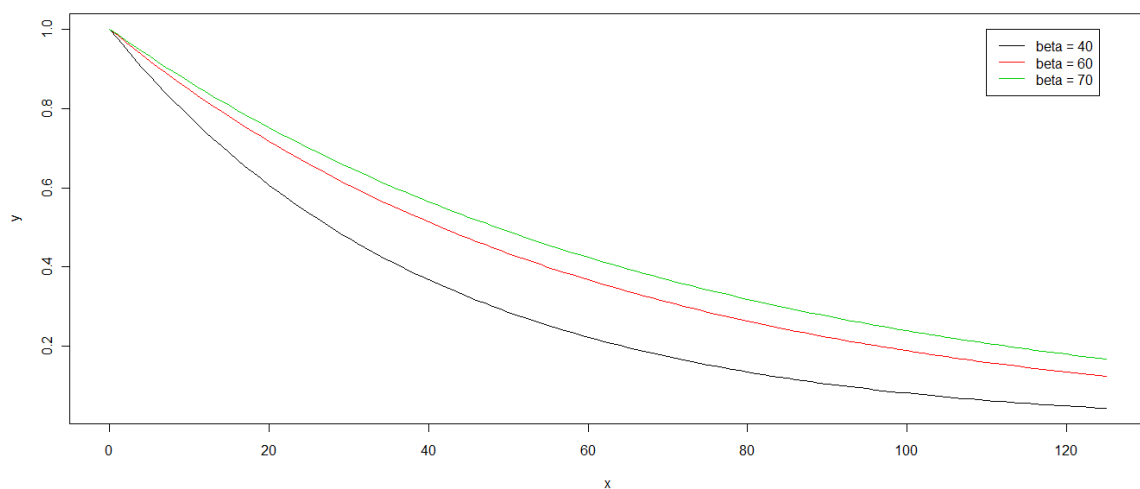


Figura 5. 1: Corbes exponencials de paràmetre  $\beta=40, 60, 70$

Ara bé, per tal de garantir que a cada individu de les dades simulades li correspongui un temps de fallada ordenat segons el nivell de gravetat a la que es tracti, és a dir, que el temps de fallada de la gravetat baixa sigui inferior al de gravetat mitjana, i aquesta, inferior al temps de la de gravetat alta, el que fem és el següent:

1. Simular els 2500 temps de fallada corresponents a una lesió de gravetat baixa amb una exponencial amb  $\beta=40$ .
2. Simular els 2500 temps de fallada corresponents a una lesió de gravetat mitjana sumant a als temps anteriors una exponencial amb  $\beta=20$ .
3. I per últim, simular els 2500 temps de fallada corresponents a una lesió de gravetat alta, sumant a als anteriors una exponencial amb  $\beta=10$ .

### 5.2.2 Els temps d'inspecció

Per altra banda, els temps d'inspecció els simularem amb una funció uniforme entre 0 i 125 considerant el 125 la cita màxima de vida útil d'un edifici.

A la Figura 5.2 mostrem una mostra dels temps de fallada i els corresponents temps d'inspecció simulats amb R. Si les columnes `true_t1`, `true_t2` i `true_t3`, indiquen quina edat tenia l'element en qüestió quan va patir una lesió de gravetat baixa, mitjana i alta respectivament, i `t_insp` indica l'edat tenia el mateix individu quan es va realitzar la inspecció. La primera fila ens diu que l'individu 1 va patir una lesió de gravetat 1 quan tenia 0,39 anys, una lesió de gravetat 2 quan tenia 17,12 anys i una lesió de gravetat 3 quan tenia 17,14 anys, i que quan es va inspeccionar tenia una edat de 53 anys.

	<code>true_t1</code>	<code>true_t2</code>	<code>true_t3</code>	<code>t_insp</code>
[1,]	0.39	17.12	17.74	53.00
[2,]	153.69	215.44	225.53	31.19
[3,]	15.77	56.23	57.43	95.27
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
[81,]	56.56	98.12	112.72	90.71
[82,]	44.34	95.26	101.76	76.90
[83,]	22.65	26.60	37.44	57.78
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
[111,]	78.88	103.83	110.00	109.61
[112,]	50.50	76.09	81.28	75.24
[113,]	12.09	28.63	34.88	74.35
[114,]	97.38	108.72	109.53	43.04
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
[2498,]	22.94	35.85	36.42	104.21
[2499,]	42.97	44.36	46.50	24.05
[2500,]	38.98	74.24	75.66	59.36

Figura 5.2: Mostra del temps de fallada per a 3 nivells de gravetat i temps d'inspecció simulats amb R.

### 5.2.3 Els temps censurats

En el Capítol 2 d'aquest treball hem introduït els conceptes de dades censurades, per l'esquerra, per la dreta, en un interval o observacions exactes. Per altra banda, en els Capítols 3 i 4 hem proposat metodologies per a l'estimació per a tots els casos de censura. Notem, però, que en aquesta simulació, no tindrem dades censurades en un interval, perquè només tenim informació d'un únic temps d'inspecció.

És per a aquest motiu que a partir de simular els temps de fallada i els temps d'inspecció, procedim a calcular els intervals censurats de la corresponent mostra. Per realitzar-ho, prèviament,



fabriquem una matriu de 2500 files per 6 columnes. Les columnes imparells contindran els extrems esquerres, `left_ti`, dels intervals censurats corresponents a cada nivell de gravetat. Anàlogament, les columnes parell contindran la informació dels extrems drets, `right_ti`.

Per obtenir aquests extrems es tracta de fer una comparació entre els temps de fallada de cadascun dels nivells de gravetat, `time_i`, amb  $i=1,2,3$  i els temps d'inspecció, `time_insp`. Aquells individus que tinguin un temps de fallada inferior al temps d'inspecció,  $time_i < time\_insp$ , tindran com a extrem esquerre 0 i com a temps dret `time_insp`, per tant, s'expressaran  $(0, t\_insp)$ . Anàlogament, els individus que tinguin un temps de fallada superior al temps d'inspecció,  $time_i > time\_insp$ , els hi correspondrà un extrem esquerre `time_insp` i un extrem dret infinit, al qual, en el nostre cas, li donarem el valor 999, per tant, aquests s'expressaran  $(t\_insp, 999)$ . Notem que si un individu comparteix valor entre el temps de fallada i el temps d'inspecció,  $time_i = time\_insp$  correspondrà a una observació exacte  $(t\_insp, t\_insp)$ .

Mostrem en la Figura 5.3 els intervals censurats pels diferents nivells de gravetat corresponents als individus de la Figura 5.2. Així, per exemple, si les dues primeres columnes, `left_t1` i `right_t1`, són els extrems esquerre i dret, anàlogament per les altres 4 columnes, el primer individu presenta en el moment de la inspecció una lesió de gravetat baixa, mitjana i alta. En canvi, l'individu 2 en el moment de la inspecció, realitzada quan té una edat de 31.39 anys, no presenta cap lesió en cap de les gravetats. Anàlogament, l'individu 81, en el moment de la inspecció (90.71) s'observa una lesió de gravetat baixa, però no de gravetat mitjana o alta.

	<code>left_t1</code>	<code>right_t1</code>	<code>left_t2</code>	<code>right_t2</code>	<code>left_t3</code>	<code>right_t3</code>
[1,]	0.00	53.00	0.00	53.00	0.00	53.00
[2,]	31.19	999.00	31.19	999.00	31.19	999.00
[3,]	0.00	95.27	0.00	95.27	0.00	95.27
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
[81,]	0.00	90.71	90.71	999.00	90.71	999.00
[82,]	0.00	76.90	76.90	999.00	76.90	999.00
[83,]	0.00	57.78	0.00	57.78	0.00	57.78
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
[111,]	0.00	109.61	0.00	109.61	109.61	999.00
[112,]	0.00	75.24	75.24	999.00	75.24	999.00
[113,]	0.00	74.35	0.00	74.35	0.00	74.35
[114,]	43.04	999.00	43.04	999.00	43.04	999.00
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
[2498,]	0.00	104.21	0.00	104.21	0.00	104.21
[2499,]	24.05	999.00	24.05	999.00	24.05	999.00
[2500,]	0.00	59.36	59.36	999.00	59.36	999.00

Figura 5.3: Intervals censurats per a cada nivell de gravetat obtinguts a partir d'uns temps de fallada i uns temps d'inspecció simulats amb R.

Un cop calculats aquests intervals ja podem procedir a calcular les funcions de supervivència per a cada nivell de gravetat, i veure si són consistents o no. Notem que no existeix cap observació exacta., per tant, tampoc existirà cap interval de Turnbull exacte. En els següents apartats veurem quin són els resultats obtinguts amb R i AMPL mitjançant els algorismes plantejats en anteriors capítols per a aquestes dades simulades.

El volum de dades que tenim (2500 observacions) és gran i per a aquest motiu no podem fer servir AMPL a nivell local. Veurem en aquest cas, quin és el procediment a seguir quan s'utilitza el servidor NEOS a través de la seva pàgina web i com podem obtenir els resultats.

A la secció següent presentem l'estimació de les corbes de durabilitat per a tres nivells de gravetat per a dos escenaris diferents. Les dades per al primer escenari són les simulades anteriorment (Figura 5.3) i les del segon escenari són les mateixes, però modificant els valors d'uns certs individus. Aquests dos escenaris ens mostraran dos casos pràctics:

- ESCENARI I: Funcions de supervivència sense creuament.
- ESCENARI II: Funcions de supervivència amb creuament.

## **5.3 Estimació de la durabilitat per a dades simulades**

### **5.3.1 Escenari I: Sense creuament**

Procedim a estimar les funcions de supervivència dels tres nivells de gravetat simulats a l'apartat anterior amb la funció `EMICM()` de R (Els resultats numèric per a cada es troben a l'Annex A.1, A.4 i A.6 respectivament). Tal i com il·lustra la Figura 5.4, les corbes de durabilitat estimades per a aquestes dades no es creuen. Resultant així una estimació consistent. És a dir, per a qualsevol moment en el temps, la proporció d'individus que no han mostrat una fallada de gravetat 2 és més gran o igual que proporció per a gravetat 1. I anàlogament, la proporció d'individus que no han sofert una lesió de gravetat 3 és més gran o igual que la mateixa proporció per a gravetat 2.

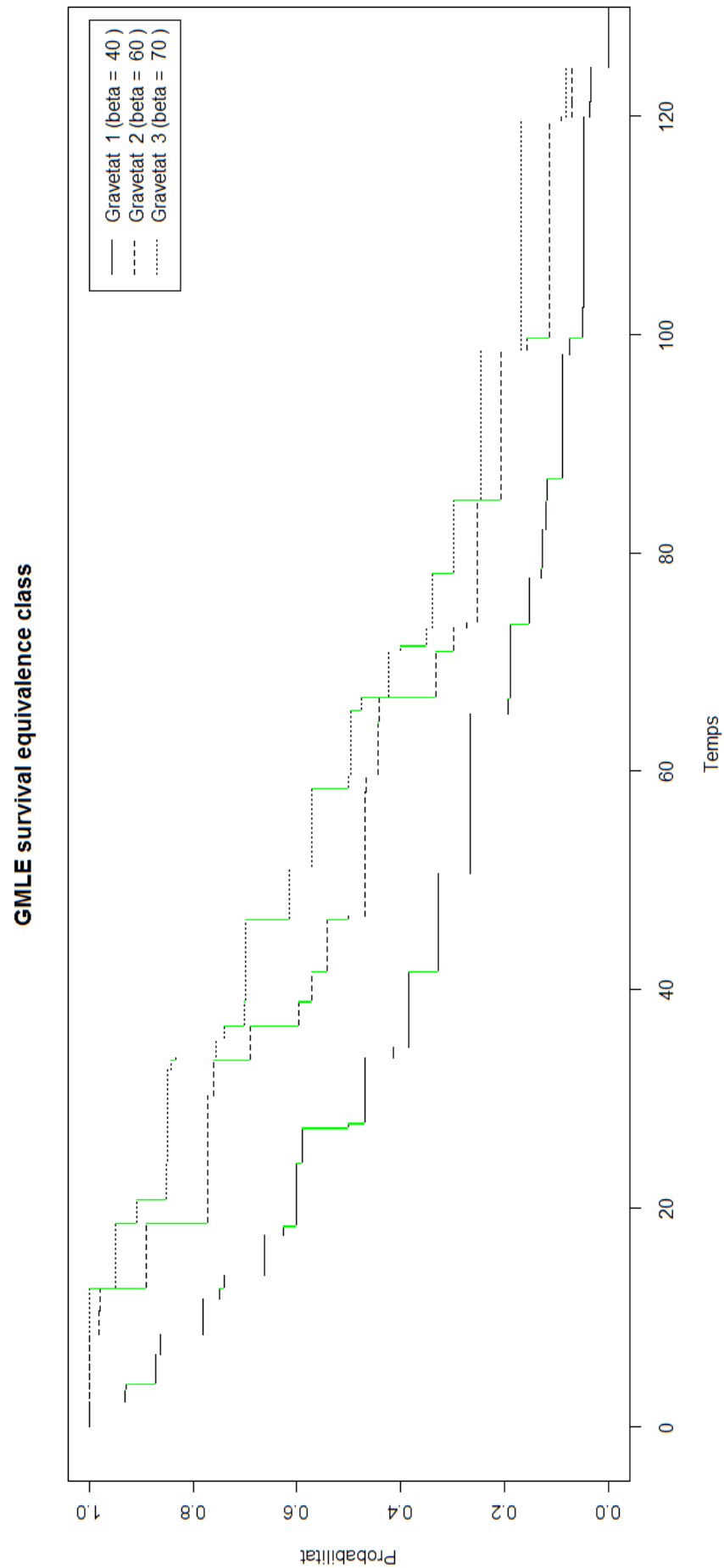


Figura 5.4: Funcions de supervivència per a les tres gravetat (baixa, mitjana i alta) per a l'Escenari I amb R.

### 5.3.1.1 L'estimació amb TEAR des de NEOS

A continuació estímem les funcions de supervivència per a les mateixes dades a partir de l'optimitzador NEOS. Per a `time_1` fem servir el mètode TEA i per a `time_2` i `time_3` fem servir TEAR.

Recordem que al Capítol 3 hem comentat que AMPL es pot fer servir per dos camins: a nivell local o a través de la pàgina web de NEOS, servidor que fem servir en el nostre cas, i més concretament, a partir del *solver* SNOPT. La diferència entre fer servir un camí ho l'altre recau en el volum de dades, variables i restriccions, que tinguem per a resoldre el problema plantejat.

En aquests sentit, per a l'estimació de les funcions de supervivència per a aquest dos escenaris, al tenir un 2500 observacions, fem servir l'accés directe a la pàgina web <http://www.neos-server.org/neos/solvers/nco:SNOPT/AMPL.html> (Figura 5.5) i adjuntem els tres arxius corresponents (*model\_file.mod*, *data\_file.dat* i *run\_file.run*).

**Using the NEOS Server for SNOPT**

The user must submit a model in [AMPL](#) format to solve a nonlinearly constrained optimization problem. Examples of models in AMPL format can be found in the [netlib collection](#).

The model is specified by a model file, and optionally, a data file and a commands file. If the command file is specified it must contain the AMPL solve command.

The commands file can contain any AMPL command or set [options for SNOPT](#) with, for example, `option snopt_options "timing=3 outlev=2";`. Printing directed to standard out is returned to the user with the output.

Enter the location of the ampl model (local file)  
**Model File:**

Enter the location of the ampl data file (local file)  
**Data File:**

Enter the location of the ampl commands file (local file)  
**Commands File:**

**Comments:**

☐ Put in priority queue: 5 minute job runtime limit.  
☐ Dry run: generate job XML instead of submitting it to NEOS

e-mail address:

By submitting a job, you have accepted the [Terms of Use](#)

Please do not click the 'Submit to NEOS' button more than once.

Comments and Questions - Terms of Use - © 2013

WISCONSIN WISCONSIN INSTITUTE FOR DISCOVERY

Figura 5.5: Pàgina web del servidor NEOS d'AMPL pel solver SNOPT.

Si abans d'enviar els tres fitxers, prement el botó *Submit to NEOS*, anem la direcció electrònica personal, un cop el servidor trobi una solució al nostre problema, ens retornarà els resultats via *mail*, o si més no, ens retornarà un número de treball i una contrasenya. Si no introduïm el correu

electrònic, no passa res, ja que quan el servidor rep els fitxers ens mostra un número de treball i una contrasenya, les mateixes que rebriem si entréssim la direcció electrònica personal.

Un cop enviats els tres fitxers a NEOS s'obre una segona pàgina, la qual ens indica la versió del servidor NEOS, el número de treball i la contrasenya corresponent. També podem veure el volum de treball de NEOS en aquell moment i quin ha sigut el *solver* escollit. NEOS comprova que els tres arxius existeixin i no tinguin cap error de sintaxi en el seu codi. A continuació poden passar dues coses; que NEOS retorni els resultats de maximitzar o minimitzar la funció objectiu a través de la mateixa pàgina, o que aquesta quedi inoperativa pel seu volum de treball i, per tant, no ens retorni els resultats immediatament. Si ens trobem en el segon cas, accedim a la pàgina <http://www.neos-server.org/neos/admin.html> (Figura 5.6), introduïm el número de treball i la contrasenya corresponent, i escollim, entre tres opcions (veure la cua de treball del servidor, veure els resultats o finalitzar el treball), que volem veure els resultats. Si NEOS ja ha pogut resoldre el problema a optimitzar mostrarà els resultats corresponents, en cas negatiu, ens mostrarà l'estat de la cua del servidor.



Figura 5. 6: Pàgina web del servidor NEOS per la recuperació dels resultats a través d'un número de treball i una contrasenya.

Els resultats obtinguts per les dades simulades per a l'Escenari I per a `time_1` a partir de l'algorisme TEA i accedint a la pàgina web de NEOS i del *solver* SNOPT, són els que s'adjunten a l'Annex A.2. A la capçalera del resultats (Vegeu Figura 5.7) es situa el número de treball i la contrasenya

```

*****
NEOS Server Version 5.0
Job#      : 449470
Password  : bahutCEg
Solver    : nco:SNOPT:AMPL
Start     : 2013-01-10 10:29:53
End       : 2013-01-10 10:30:49
Host      : neos-1.chtc.wisc.edu

Disclaimer:
This information is provided without any express or
implied warranty. In particular, there is no warranty
of any kind concerning the fitness of this
information for any particular purpose.
*****
Job 449470 sent to neos-1.chtc.wisc.edu
password: bahutCEg
----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time:2013-01-10
10:29:53.157442
File exists
You are using the solver snopt.
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.

358 variables, all nonlinear
1 constraint, all linear; 358 nonzeros
  1 equality constraint
1 nonlinear objective; 358 nonzeros.
SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.
1438 iterations, objective -1113.596571
Nonlin evals: obj = 221, grad = 220.

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative
probabilities are:
INT_TURNBULL [*,*]
:      1      2      3      4      :=
1      2.21    2.27  0.069  0.069
2      2.29    2.33   0      0.069
3      3.34    3.43  0.0025  0.0714
4      3.87    3.99  0.0556  0.127
5      4.17    4.19   0      0.127
.      .      .      .      .
.      .      .      .      .
.      .      .      .      .
354    119.54  119.55   0      0.9515
355    119.92  119.96  0.0128  0.9643
356    121.33  121.36  0.0006  0.9649
357    123.98  124     0      0.9649
358    124.45  124.46  0.0351  1;

```

Número de treball i contrasenya

Dia i hora del començament i de l'acabament de l'execució

Comprovació de l'existència dels tres fitxers.

Nombre de variables i de restriccions del problema a optimitzar

Informació sobre l'òptim del problema a resoldre.

RESULTATS: Intervals de Turnbull (columna 1 i 2), probabilitats de fallada (columna 3) i probabilitats acumulades (columna 4).

Figura 5.7: Intervals de Turnbull, probabilitats de fallada i probabilitats de fallada per a gravetat 1 per les dades simulades sense creuament amb TEA.

corresponent al problema a optimitzar i quin ha estat el *sol·ver* escollit, així com el dia i l'hora d'inici de l'optimització. En el nostre cas ha necessitat 56 segons a trobar l'òptim. Seguidament s'indica que els tres arxius que requereix SNOPT existeixen, el nombre de variables que tenim per a resoldre el problema (358) i el nombre de restriccions. A Continuació es mostra que la versió 7.2-10 d'SNOPT ha trobat una solució òptima, i que ha necessitat 1438 iteracions per a trobar-la. I finalment es mostren els intervals de Turnbull, les probabilitats de fallada i les probabilitats de fallada acumulada.

Per a les estimacions de les corbes de supervivència per a `time_2` i `time_3` operem d'igual manera, però fent servir TEAR. Els resultats numèrics s'adjunten en l'Annex A.5 i A.8, respectivament. Com podem observar, i tal com sabíem, els resultats són els mateixos que hem obtingut amb R, ja que les estimacions de l'Escenari I no presenten cap problema d'inconsistència.

### 5.3.2 Escenari II: Amb creuament

A continuació veurem un cas en què les funcions de supervivència per als tres nivells de gravetat (baixa, mitjana i alta) es creuen entre elles. Per aconseguir unes dades que reproduïxin aquest fet, hem actuat directament sobre uns certs individus de les dades de l'Escenari I (Figura 5.2). El que hem fet és modificar el temps de fallada per a una gravetat 2 (columna `true_t2`) d'aquells individus els quals es van inspeccionar entre el moment 65 i 80 (columna `t_insp`), i tals que el temps de fallada era superior a aquest moment d'inspecció, i els hem donat justament el temps de la inspecció com a temps de fallada. Resultant així unes observacions exactes  $(t\_insp, t\_insp)$ .

Per tant, la matriu corresponent ara queda com la Figura 5.8, en la que mostrem alguns d'aquest individus. Si ens fixem els individus 82 i 112 ara fallen just en el moment de la inspecció, mentre que l'individu 113, tot i ser inspeccionat quan tenia entre 65 i 80 anys d'edat (74.35), com que va fallar abans de la inspecció, aquest manté el valor inicial.

Seguidament calculem la matriu de dades censurades per a cada nivell de gravetat tal com hem explicat a l'apartat 5.2.3. Alguns valors de la matriu resultant els mostrem a la Figura 5.9. Fixem-nos que els individus 82 i 112 ara són observacions exactes per a `time_2`.

	true_t1	true_t2	true_t3	t_insp
[1,]	0.39	17.12	17.74	53.00
[2,]	153.69	215.44	225.53	31.19
[3,]	15.77	56.23	57.43	95.27
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
[81,]	56.56	98.12	112.72	90.71
<b>[82,]</b>	<b>44.34</b>	<b>76.90</b>	<b>101.76</b>	<b>76.90</b>
[83,]	22.65	26.60	37.44	57.78
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
[111,]	78.88	103.83	110.00	109.61
<b>[112,]</b>	<b>50.50</b>	<b>75.24</b>	<b>81.28</b>	<b>75.24</b>
[113,]	12.09	28.63	34.88	74.35
[114,]	97.38	108.72	109.53	43.04
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
[2498,]	22.94	35.85	36.42	104.21
[2499,]	42.97	44.36	46.50	24.05
[2500,]	38.98	74.24	75.66	59.36

Figura 5.8: Temps de fallada i temps d'inspecció per a 3 nivells de gravetat simulats per a l'Escenari II

	left_t1	right_t1	left_t2	right_t2	left_t3	right_t3
[1,]	0.00	53.00	0.00	53.00	0.00	53.00
[2,]	31.19	999.00	31.19	999.00	31.19	999.00
[3,]	0.00	95.27	0.00	95.27	0.00	95.27
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
[81,]	0.00	90.71	90.71	999.00	90.71	999.00
<b>[82,]</b>	<b>0.00</b>	<b>76.90</b>	<b>76.90</b>	<b>76.90</b>	<b>76.90</b>	<b>999.00</b>
[83,]	0.00	57.78	0.00	57.78	0.00	57.78
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
[111,]	0.00	109.61	0.00	109.61	109.61	999.00
<b>[112,]</b>	<b>0.00</b>	<b>75.24</b>	<b>75.24</b>	<b>75.24</b>	<b>75.24</b>	<b>999.00</b>
[113,]	0.00	74.35	0.00	74.35	0.00	74.35
[114,]	43.04	999.00	43.04	999.00	43.04	999.00
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
[2498,]	0.00	104.21	0.00	104.21	0.00	104.21
[2499,]	24.05	999.00	24.05	999.00	24.05	999.00
[2500,]	0.00	59.36	59.36	999.00	59.36	999.00

Figura 5.9: Intervals censurats per a cada nivell de gravetat simulats amb R per a l'Escenari II.

La Figura 5.10 mostra les corbes de durabilitat calculades amb R quan no tenim en compte les restriccions d'ordre. En aquest cas, les corbes es creuen entre elles, resultant així un problema d'inconsistència. Notem que les corbes per a `time_1` i `time_3` són les mateixes que per a l'Escenari I, ja que aquests no han estat modificats (El resultat numèric per a `time_2` es troba a l'Annex A.9).



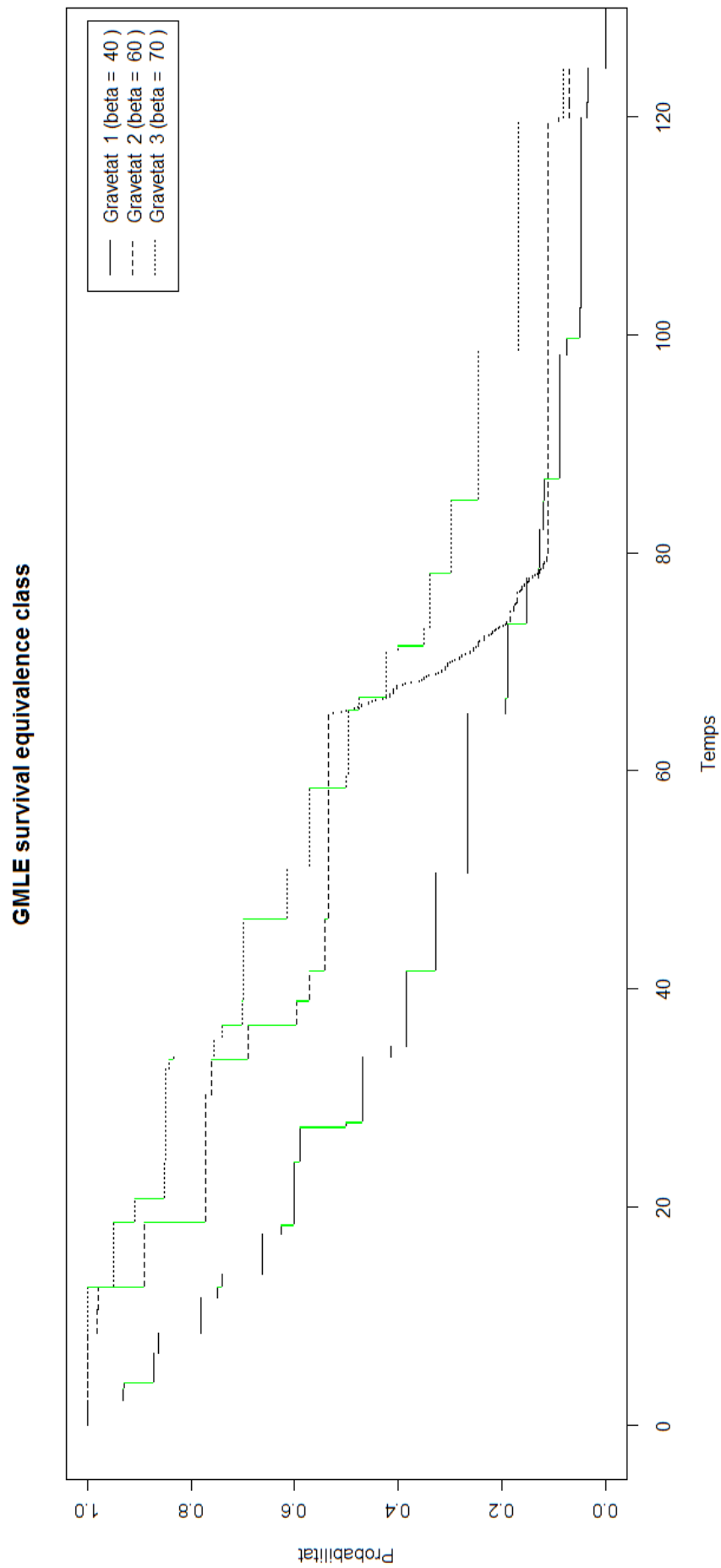


Figura 5.10: Funcions de supervivència per a les tres gravetats (baixa, mitjana i alta) per a l'Escenari II amb R.

Per resoldre aquest problema d'inconsistència que presenta l'estimació separada de les funcions de supervivència de l'Escenari II, fem servir el mètode TEA i l'algorisme TEAR.

#### **5.3.2.1 Estimació de la funció de supervivència de `time_2` a partir de la informació de `time_1`**

Com sabem, les dades per al primer nivell de gravetat no han estat modificades, per tant, la funció de supervivència, estimada amb TEA per a `time_1` és la mateixa que hem obtingut per a l'Escenari I. Per tant, procedim a l'estimació de la corba de durabilitat per a `time_2` amb TEAR, a partir dels resultats obtinguts per a `time_1` amb TEA. Els resultats numèrics s'adjunten en l'Annex A.10.

La Figura 5.11 mostra les corbes de supervivència per a gravetat 1 i gravetat 2 respectivament. Com podem observar, i fent una comparació amb la Figura 5.10, les corbes no es creuen, i el problema d'inconsistència queda resolt.

#### **5.3.2.2 Estimació de la funció de supervivència de `time_3` a partir de la informació de `time_2` i `time_1`**

Finalment, a partir de les dades obtingudes per a `time_2` a l'apartat anterior, procedim a l'estimació de la funció de supervivència per a `time_3` amb TEAR. Els resultats numèrics s'adjunten a l'Annex A.12

La Figura 5.12. il·lustra les tres corbes de supervivència estimades simultàniament amb TEAR, com podem observar el problema d'inconsistència que presentava inicialment, estudiant-les separadament, s'ha resolt.

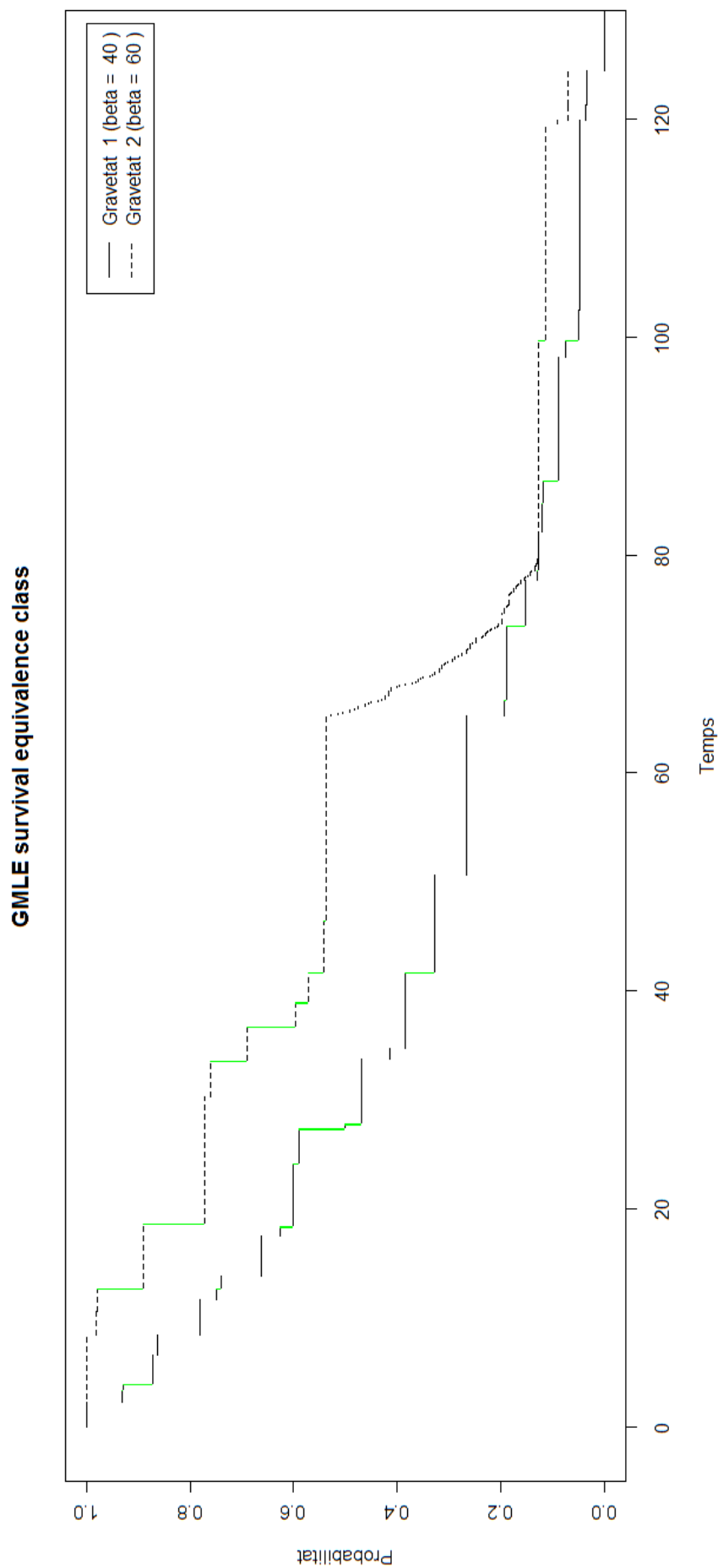


Figura 5.11: Funcions de supervivència per a gravetat 1 i gravetat 2 per a l'Escenari II corregides amb TEAR

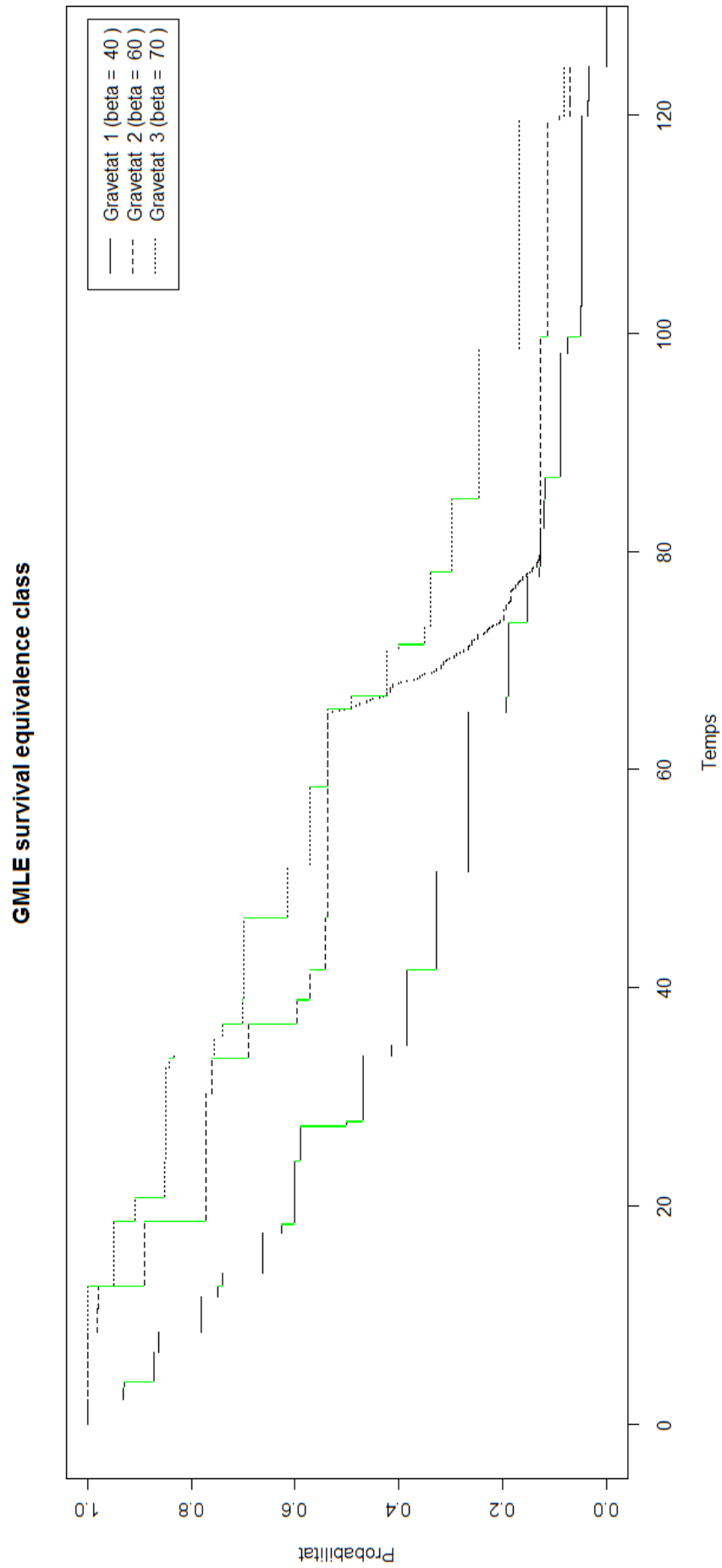


Figura 5.12: Funcions de supervivència per a les tres gravelat (baixa, mitjana i alta) per a l'Escenari II corregides amb TEAR

## 5.4 Temps d'Execució

La simulació d'aquesta mostra de 2500 observacions ens ha permès reproduir un cas similar que en podríem trobar a la realitat, i comprovar el temps d'execució del servidor NEOS i en particular del *solver* SNOPT.

Hem notat que quan NEOS procedeix a l'execució dels fitxers que li hem enviat, soluciona el problema plantejat en només 2 minuts, aproximadament. Ara bé, cal fer menció que depenent del volum del servidor en aquell moment, triga més o menys a processar la informació enviada. Concretament hem notat que si s'opera a les primeres hores del matí (horari europeu), el servidor no està tant ocupat, i per tant, executa els arxius més ràpidament, que si per exemple, ho fem a altes hores de la tarda o de la nit. Suposem que això es deu, al fet de que el servidor NEOS es troba a Winsconsin, i a les hores del matí, per nosaltres (Europa), a l'estat de Winsconsin és de nit, pel que no hi ha molt moviment de treball, en canvi, quan volem utilitzar el servidor quan per a nosaltres és entrada la tarda-nit, a Winsconsin ja és de dia, i el volum de treball és més elevat, i per tant, el servidor té més peticions, i el temps d'espera augmenta.

## 5.5 TEA vs TEAR

Durant la realització d'aquest projecte, i un cop implementats el mètode TEA i l'algorisme TEAR, per a estimar les funcions de supervivència per a un sol temps d'interès (i.e. sense restriccions), hem comprovat que els intervals obtinguts que presenten una probabilitat de fallada diferent a zero, són els mateixos i amb les mateixes probabilitats, tal i com podem veure, si fem una comparació dels resultats obtinguts per a `time_2` per a l'Escenari I amb TEA i TEAR (Annex A.4 i A.5), o anàlogament, els resultats per a `time_3` per al mateix Escenari I (A.7 i A.8)

En aquest sentit podem postular que el resultat de Turnbull (1976) pel que fa a identificació a priori d'aquells intervals que acabaran tenint massa probabilitat en la solució que maximitza la versemblança no paramètrica, es pot estendre a una versió que incorpori restriccions d'ordre per a temps consecutius. Això obriria les portes a una reprogramació de TEAR que contemplés, de manera anàloga al mètode TEA, la identificació dels intervals de Turnbull i per tant reduís significativament el nombre de variables i paràmetres, i per tant la complexitat del problema d'optimització, amb el corresponent guany en temps de computació.



# 6

## Conclusions i Recerca Futura

---





## 6 CONCLUSIONS I RECERCA FUTURA

Aquest Treball Final de Grau tenia com objectiu principal solucionar un problema d'inconsistència en quan a l'estimació de funcions de supervivència donades un conjunt de dades, les quals en cert moment de temps, es creuaven entre si

Una de les aportacions d'aquest treball, previ a aconseguir l'objectiu principal ha estat la implementació de l'algorisme de l'estimador de Turnbull amb llenguatge AMPL, el qual ens permet reproduir la funció de supervivència per a un conjunt de dades censurades, tal i com ho podíem fer fins ara amb el paquet `survival` i la llibreria `Icens`, i més concretament amb les funcions `EM()` (*Expectation-Maximitzation*) o `EMICM()` (combinació de l'algorisme EM i l'algorisme *Iterative convex minorant* (ICM)).

L'aportació principal, però, és la implementació d'un algorisme nou que incorpora la possibilitat de tenir en compte restriccions d'ordre, que és d'utilitat general per a l'estimació de funcions de supervivència per a diferents temps d'interès per a esdeveniments consecutius (com el dels estudis de durabilitat que han motivat aquest treball).

Per altra banda, el treball desenvolupat obra les portes a línies de recerca futures com podrien ser:

- Demostrar a nivell teòric la conjectura proposa pel que fa l'extensió de l'estimador de Turnbull al cas de funcions de supervivència successives
- Desenvolupar la implementació corresponent amb una llibreria de R tal que estimi l'estimador de Turnbull com ho fa ara, però incloent les restriccions d'ordre per tal d'estimar les funcions de supervivència amb diferents magnituds o gravetats simultàniament. Així com millorar la implementació de l'estimador de Turnbull com l'algorisme TEAR en AMPL.



# 7

## Bibliografia

---



## 7 BIBLIOGRAFIA

- Barriuso, N. i Estupinyà M. (2006). *Catalogación y análisis de la durabilidad y riesgo de las lesiones en fachadas de Hospitalet de Llobregat*. Projecte Final de Carrera. EPSEB-UPC.
- Czyzyk, J., Owen, J.H. i Wright, S.J. (1997). *Optimization on then Internet*. OR/MS Today 24(5), p.48–51; <http://www.mcs.anl.gov/otc/Guide/TechReports/otc97-04/orms.html>.
- Czyzyk, J., Mesnier, M.P. i Moré, J.J. (1998). *The NEOS server*. IEEE J. Computational Sci. Engrg. **5**, 68–75.
- Dempster, A.P., Laird, N.M. i Rubin, D.B. (1977). *Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm*. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), **39** (1), 1-38.
- Díaz, M. (2010). *Estudi de simulació en R per al disseny eficient dels temps d'inspecció en estudis de fiabilitat en façanes*. Treball Final de Màster. EPSEB-UPC.
- Dolan, E.D., Fourer, R., Goux, J.P., Munson, T.S. i Sarich, J. (2008). *Kestrel: An Interface from Optimization Modeling Systems to the NEOS Server*. INFORMS Journal on Computing, **20** (4), 525–538.
- Fourer, R., Gay, D.M. i Kernighan, B.W. (1990). *AMPL A Matheatical Programming Language*. Management Science, **36**, 519-554.
- Fourer, R., Gay, D. M. i Kernighan, B. W. (2003). *AMPL A Modeling Language for Mathematical Programming*. Ed. THOMSON BROOKS/COLE, 2nd Edition, Toronto, Cànaða.
- Gentlman, R. i Vandal, A. (2008) *Icens: NPMLE for censored and truncated data*. R Package version 1.2.0. disponible en <http://cran.r-project.org/web/packages/Icens/index.html>
- Gibert, V. i Royano, V. (2010). *Determinación de estimadores de durailidad adaptados a la edificación existente*. Treball Final de Màster. EPSEB-UPC.
- Groeneboom, P., i Wellner, J.A. (1992). *Information Bounds and Nonparametric Maximum Likelihood Estimation*, in DMV Seminar Band 19, Base: Birkhäuser Verlag.
- Gropp, W. I Moré, J.J. (1997). *Optimization environments and the NEOS server*. M. D. Buhmann, A. Iserles, eds. Approximation Theory and Optimization\_ Tributes to M. J. D. Powell. Cambridge University Press, Cambridge, UK, p. 167–182.
- Gómez, G., Calle, M.L., Oller, R. i Langorh, K. (2009). *Tutorial on methods for interval-censored data and their implementation in R*. Statistical Modelling 2009, **9**(4), 259-297
- Kaplan, E. i Meier, P. (1958). *Nonparametric estimation from incomplete observations*. Journal of the American Statistical Association, **53**, 457-481.
- Langohr, K. i Gómez, G. (2005). *Likelihood Maximitzation Using Web-Based Optimization Tools: A Short Tutorial*. The American Statistician, **59**(2), 192-202

- Liébana, J.P. i Molons, X. (2005). *Desarrollo de una plataforma de análisis de durabilidad de lesiones en fachadas. Aplicaciones en Santiago y Valparaíso, Chile*. Projecte Final de Carrera. EPSEB-UPC.
- Martín, S. (2004). *Análisis de tiempo hasta la lesión en fachada existente y su gravedad. Caracterización y predicción, en el caso de los patios interiores del Eixample de Barcelona*. Projecte Final de Carrera. EPSEB-UPC.
- R Development Core Team (2012). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0. <http://www.r-project.org/>
- Ruiz Giolo, S. (2004) *Turnbull's Nonparametric Estimator for Interval-Censored Data*. Departament of Statistics, Federal University of Paraná (Brazil).
- Therneau, T. i Lumley, T. (2012). *Survival: Survival analysis including penalised likelihood*. R package version 2.36-12. <http://cran.r-project.org/package=survival>.
- Turnbull, B. (1976) *The empirical distribution function with arbitrary grouped, censored and truncated data*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, **38**, 290-295
- Venables, W.N. i Ripley, B.D. (1994). *Modern Applied Statistics with S-PLUS*. Springer-Verlag.
- Venables, W.N. i Smith, D.M. (2009). *An introduction to R*. <http://www.r-project.org/>
- Wellner, J.A. i Zhan, Y. (1997). *A Hybrid Algorithm for Computation of the Nonparametric Maximum Likelihood Estimator From Censored Data*. Journal of the American Statistical Association, **92**, 945-959.

## 8 AGRAÏMENTS

Durant el període d'elaboració d'aquest Treball Final de Grau, han estat presents moltes persones fent possible, directe o indirectament, la seva creació. Al no ser possible el nomenament de totes elles vagi per endavant el meu profund agraïment.

En primer lloc m'agradaria nombrar al meu tutor de treball, Carles Serrat i Piè, per dedicar-me el seu temps, sempre comptant amb la seva predisposició i disponibilitat en tot moment, per fer-me partícip de la seva passió per la feina, i donar-me l'empenta en moments de baixos, sense ell aquest treball no hagués vist la llum. Carles, infinites gràcies!!!

A la meva família, pel seu recolzament continu, no només en aquest treball, sinó durant tota la carrera, al meu pare, per ensenyar-me a ser una bona estudiant, a la meva mare, per recordar-me cada dia que la dedicació i l'esforç sempre està recompensat, i a la meva germana, per aguantar-me en aquells moments difícils. I sobretot, vull agrair a la meva parella que m'escoltés, per contagiar-me el seu optimisme, per carregar-me d'energia i allunyar-me dels núvols foscos i poder seguir amb força la meva tasca. A tots vosaltres, moltes gràcies!

No vull deixar de nombrar a tots als amics i amigues, aquelles persones que han entès que desapareixes de les seves vides momentàniament per dedicar-me completament a aquest treball.

Per últim, més que agrair, vull dedicar aquest treball al meu àngel, aquella persona que sempre va creure amb mi, que em va ensenyar a lluitar pels meus somnis i no donar-me mai per vençuda. Va per tu iaia Rita.





# Annex A

---



## ÍNDEX ANNEX A:

A1 Resultats de la funció de supervivència per a time_1 pels Escenaris I i II amb R. ....	89
A2 Resultats de la funció de supervivència per a time_1 per a l'Escenari I amb TEA. ....	90
A3 Resultats de la funció de supervivència per a time_2 per a l'Escenari I amb R. ....	92
A4 Resultats de la funció de supervivència per a time_2 per a l'Escenari I amb TEA. ....	93
A5 Resultats de la funció de supervivència per a time_2 per a l'Escenari I amb TEAR. ....	95
A6 Resultats de la funció de supervivència per a time_3 pels Escenaris I i II amb R. ....	97
A7 Resultats de la funció de supervivència per a time_3 per a l'Escenari I amb TEA. ....	98
A8 Resultats de la funció de supervivència per a time_3 per a l'Escenari I amb TEAR. ....	100
A9 Resultats de la funció de supervivència per a time_2 per a l'Escenari II amb R. ....	102
A10 Resultats de la funció de supervivència per a time_2 per a l'Escenari II amb TEAR. ....	103
A11 Resultats de la funció de supervivència per a time_3 per a l'Escenari II amb TEAR. ....	105



## ANNEX A – Taules de Resultats obtinguts amb R i AMPL

### A1 Resultats de la funció de supervivència per a `time_1` pels Escenaris I i II amb R.

			EMICM	Cum					
[1,]	2.21	2.27	0.0690	0.0690	[310,]	81.69	81.70	0.0000	0.8718
[2,]	2.29	2.33	0.0000	0.0690	[311,]	82.07	82.08	0.0000	0.8718
[3,]	3.34	3.43	0.0025	0.0714	[312,]	82.16	82.18	0.0082	0.8800
[4,]	3.87	3.99	0.0556	0.1270	[313,]	82.71	82.76	0.0000	0.8800
[5,]	4.17	4.19	0.0000	0.1270	[314,]	83.89	83.97	0.0000	0.8800
[6,]	4.20	4.25	0.0000	0.1270	[315,]	84.05	84.14	0.0000	0.8800
[7,]	4.39	4.48	0.0000	0.1270	[316,]	84.30	84.35	0.0000	0.8800
[8,]	5.70	5.71	0.0000	0.1270	[317,]	84.65	84.70	0.0000	0.8800
[9,]	6.14	6.23	0.0000	0.1270	[318,]	84.77	84.80	0.0010	0.8810
[10,]	6.53	6.61	0.0094	0.1364	[319,]	86.36	86.39	0.0000	0.8810
[11,]	6.86	6.87	0.0000	0.1364	[320,]	86.62	86.63	0.0000	0.8810
[12,]	7.55	7.56	0.0000	0.1364	[321,]	86.64	86.66	0.0000	0.8810
[13,]	7.87	7.89	0.0000	0.1364	[322,]	86.78	86.86	0.0305	0.9115
[14,]	7.95	7.97	0.0000	0.1364	[323,]	88.13	88.17	0.0000	0.9115
[15,]	8.44	8.45	0.0820	0.2184	[324,]	88.59	88.60	0.0000	0.9115
[16,]	8.54	8.55	0.0000	0.2184	[325,]	89.07	89.10	0.0000	0.9115
[17,]	8.84	8.87	0.0000	0.2184	[326,]	89.42	89.45	0.0000	0.9115
[18,]	9.01	9.08	0.0000	0.2184	[327,]	90.35	90.39	0.0000	0.9115
[19,]	9.24	9.31	0.0000	0.2184	[328,]	91.18	91.37	0.0000	0.9115
[20,]	9.37	9.42	0.0000	0.2184	[329,]	92.08	92.45	0.0000	0.9115
[21,]	9.60	9.62	0.0000	0.2184	[330,]	93.91	93.92	0.0000	0.9115
[22,]	9.84	9.85	0.0000	0.2184	[331,]	95.38	95.54	0.0000	0.9115
[23,]	10.01	10.09	0.0000	0.2184	[332,]	95.94	96.04	0.0000	0.9115
[24,]	10.57	10.58	0.0000	0.2184	[333,]	96.47	96.62	0.0000	0.9115
[25,]	10.69	10.73	0.0000	0.2184	[334,]	96.71	96.77	0.0000	0.9115
[26,]	10.89	10.94	0.0000	0.2184	[335,]	97.69	97.74	0.0000	0.9115
[27,]	11.15	11.20	0.0000	0.2184	[336,]	98.10	98.11	0.0145	0.9259
[28,]	11.24	11.25	0.0000	0.2184	[337,]	99.43	99.46	0.0000	0.9259
[29,]	11.67	11.69	0.0316	0.2500	[338,]	99.67	99.75	0.0241	0.9500
[30,]	12.06	12.09	0.0000	0.2500	[339,]	101.60	101.61	0.0000	0.9500
[31,]	12.13	12.18	0.0000	0.2500	[340,]	102.24	102.29	0.0000	0.9500
[32,]	12.58	12.73	0.0109	0.2609	[341,]	102.49	102.50	0.0015	0.9515
[33,]	12.77	12.80	0.0000	0.2609	[342,]	104.95	104.99	0.0000	0.9515
[34,]	13.12	13.13	0.0000	0.2609	[343,]	106.33	106.43	0.0000	0.9515
[35,]	13.17	13.25	0.0000	0.2609	[344,]	106.80	106.84	0.0000	0.9515
[36,]	13.29	13.30	0.0000	0.2609	[345,]	108.49	108.60	0.0000	0.9515
[37,]	13.78	13.79	0.0770	0.3378	[346,]	112.69	112.74	0.0000	0.9515
[38,]	13.84	13.90	0.0000	0.3378	[347,]	113.77	113.84	0.0000	0.9515
[39,]	14.09	14.16	0.0000	0.3378	[348,]	115.47	115.60	0.0000	0.9515
[40,]	14.21	14.29	0.0000	0.3378	[349,]	117.22	117.29	0.0000	0.9515
.	.	.	.	.	[350,]	117.30	117.31	0.0000	0.9515
.	.	.	.	.	[351,]	117.47	117.60	0.0000	0.9515
.	.	.	.	.	[352,]	118.15	118.17	0.0000	0.9515
.	.	.	.	.	[353,]	119.38	119.39	0.0000	0.9515
.	.	.	.	.	[354,]	119.54	119.55	0.0000	0.9515
.	.	.	.	.	[355,]	119.92	119.96	0.0128	0.9643
.	.	.	.	.	[356,]	121.33	121.36	0.0006	0.9649
.	.	.	.	.	[357,]	123.98	124.00	0.0000	0.9649
.	.	.	.	.	[358,]	124.45	124.46	0.0351	1.0000

\*Arxiu complet en el CD

**A2 Resultats de la funció de supervivència per a time\_1 per a l'Escenari I amb TEA.**

\*\*\*\*\*

```
NEOS Server Version 5.0
Job#       : 449470
Password   : bahutCEg
Solver     : nco:SNOPT:AMPL
Start      : 2013-01-10 10:29:53
End        : 2013-01-10 10:30:49
Host       : neos-1.chtc.wisc.edu
```

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

```
Job 449470 sent to neos-1.chtc.wisc.edu
password: bahutCEg
----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10
10:29:53.157442
File exists
You are using the solver snopt.
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
```

```
358 variables, all nonlinear
1 constraint, all linear; 358 nonzeros
1 equality constraint
1 nonlinear objective; 358 nonzeros.
```

```
SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.
1438 iterations, objective -1113.596571
Nonlin evals: obj = 221, grad = 220.
```

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT\_TURNBULL [\*,\*]

:	1	2	3	4:=					
1	2.21	2.27	0.069	0.069	17	8.84	8.87	0	0.2184
2	2.29	2.33	0	0.069	18	9.01	9.08	0	0.2184
3	3.34	3.43	0.0025	0.0714	19	9.24	9.31	0	0.2184
4	3.87	3.99	0.0556	0.127	20	9.37	9.42	0	0.2184
5	4.17	4.19	0	0.127	21	9.6	9.62	0	0.2184
6	4.2	4.25	0	0.127	22	9.84	9.85	0	0.2184
7	4.39	4.48	0	0.127	23	10.01	10.09	0	0.2184
8	5.7	5.71	0	0.127	24	10.57	10.58	0	0.2184
9	6.14	6.23	0	0.127	25	10.69	10.73	0	0.2184
10	6.53	6.61	0.0094	0.1364	26	10.89	10.94	0	0.2184
11	6.86	6.87	0	0.1364	27	11.15	11.2	0	0.2184
12	7.55	7.56	0	0.1364	28	11.24	11.25	0	0.2184
13	7.87	7.89	0	0.1364	29	11.67	11.69	0.0316	0.25
14	7.95	7.97	0	0.1364	30	12.06	12.09	0	0.25
15	8.44	8.45	0.082	0.2184	31	12.13	12.18	0	0.25
16	8.54	8.55	0	0.2184	32	12.58	12.73	0.0109	0.2609

33	12.77	12.8	0	0.2609	303	79.21	79.25	0	0.8718
34	13.12	13.13	0	0.2609	304	79.98	79.99	0	0.8718
35	13.17	13.25	0	0.2609	305	80.1	80.17	0	0.8718
36	13.29	13.3	0	0.2609	306	80.39	80.45	0	0.8718
37	13.78	13.79	0.077	0.3378	307	81.04	81.08	0	0.8718
38	13.84	13.9	0	0.3378	308	81.14	81.23	0	0.8718
39	14.09	14.16	0	0.3378	309	81.31	81.32	0	0.8718
40	14.21	14.29	0	0.3378	310	81.69	81.7	0	0.8718
41	14.35	14.39	0	0.3378	311	82.07	82.08	0	0.8718
42	14.62	14.67	0	0.3378	312	82.16	82.18	0.0082	0.88
43	14.8	14.84	0	0.3378	313	82.71	82.76	0	0.88
44	15.18	15.25	0	0.3378	314	83.89	83.97	0	0.88
45	15.35	15.58	0	0.3378	315	84.05	84.14	0	0.88
46	15.9	15.95	0	0.3378	316	84.3	84.35	0	0.88
47	15.95	16.04	0	0.3378	317	84.65	84.7	0	0.88
48	16.44	16.48	0	0.3378	318	84.77	84.8	0.001	0.8809
49	16.65	16.74	0	0.3378	319	86.36	86.39	0	0.8809
50	16.81	16.82	0	0.3378	320	86.62	86.63	0	0.8809
51	17.04	17.14	0	0.3378	321	86.64	86.66	0	0.8809
52	17.2	17.23	0	0.3378	322	86.78	86.86	0.0305	0.9115
53	17.45	17.46	0	0.3378	323	88.13	88.17	0	0.9115
54	17.52	17.53	0.0372	0.375	324	88.59	88.6	0	0.9115
55	17.57	17.59	0	0.375	325	89.07	89.1	0	0.9115
56	17.59	17.61	0	0.375	326	89.42	89.45	0	0.9115
57	17.66	17.67	0	0.375	327	90.35	90.39	0	0.9115
58	17.67	17.7	0	0.375	328	91.18	91.37	0	0.9115
59	17.76	17.83	0	0.375	329	92.08	92.45	0	0.9115
60	18.26	18.45	0.0231	0.3981	330	93.91	93.92	0	0.9115
61	18.49	18.51	0	0.3981	331	95.38	95.54	0	0.9115
.	.	.	.	.	332	95.94	96.04	0	0.9115
.	.	.	.	.	333	96.47	96.62	0	0.9115
.	.	.	.	.	334	96.71	96.77	0	0.9115
.	.	.	.	.	335	97.69	97.74	0	0.9115
.	.	.	.	.	336	98.1	98.11	0.0145	0.9259
.	.	.	.	.	337	99.43	99.46	0	0.9259
.	.	.	.	.	338	99.67	99.75	0.0241	0.95
.	.	.	.	.	339	101.6	101.61	0	0.95
.	.	.	.	.	340	102.24	102.29	0	0.95
.	.	.	.	.	341	102.49	102.5	0.0015	0.9515
.	.	.	.	.	342	104.95	104.99	0	0.9515
.	.	.	.	.	343	106.33	106.43	0	0.9515
.	.	.	.	.	344	106.8	106.84	0	0.9515
.	.	.	.	.	345	108.49	108.6	0	0.9515
.	.	.	.	.	346	112.69	112.74	0	0.9515
290	73.39	73.42	0	0.8121	347	113.77	113.84	0	0.9515
291	73.46	73.59	0.036	0.8481	348	115.47	115.6	0	0.9515
292	74.65	74.76	0	0.8481	349	117.22	117.29	0	0.9515
293	75.26	75.37	0	0.8481	350	117.3	117.31	0	0.9515
294	76.35	76.47	0	0.8481	351	117.47	117.6	0	0.9515
295	76.61	76.66	0	0.8481	352	118.15	118.17	0	0.9515
296	76.92	76.93	0	0.8481	353	119.38	119.39	0	0.9515
297	77.31	77.39	0	0.8481	354	119.54	119.55	0	0.9515
298	77.41	77.42	0	0.8481	355	119.92	119.96	0.0128	0.9643
299	77.71	77.74	0.0215	0.8696	356	121.33	121.36	0.0006	0.9649
300	78.17	78.23	0	0.8696	357	123.98	124	0	0.9649
301	78.5	78.53	0	0.8696	358	124.45	124.46	0.0351	1
302	78.6	78.61	0.0022	0.8718	;				

\*Arxiu complet en el CD

**A3 Resultats de la funció de supervivència per a time\_2 per a l'Escenari I amb R.**

			EMICM	Cum					
[1,]	8.44	8.45	0.0189	0.0189	[345,]	97.00	97.08	0.0000	0.7917
[2,]	10.57	10.58	0.0011	0.0200	[346,]	97.74	97.91	0.0000	0.7917
[3,]	12.58	12.73	0.0902	0.1102	[347,]	98.10	98.11	0.0000	0.7917
[4,]	12.77	12.80	0.0000	0.1102	[348,]	98.32	98.45	0.0000	0.7917
[5,]	13.12	13.13	0.0000	0.1102	[349,]	98.56	98.57	0.0504	0.8421
[6,]	13.17	13.25	0.0000	0.1102	[350,]	98.98	99.12	0.0000	0.8421
[7,]	13.29	13.30	0.0000	0.1102	[351,]	99.43	99.46	0.0000	0.8421
[8,]	13.79	13.82	0.0000	0.1102	[352,]	99.67	99.75	0.0444	0.8865
[9,]	13.84	13.90	0.0000	0.1102	[353,]	101.60	101.61	0.0000	0.8865
[10,]	14.39	14.40	0.0000	0.1102	[354,]	101.61	101.62	0.0000	0.8865
[11,]	15.25	15.35	0.0000	0.1102	[355,]	101.98	102.06	0.0000	0.8865
[12,]	16.65	16.74	0.0000	0.1102	[356,]	102.24	102.29	0.0000	0.8865
[13,]	17.20	17.23	0.0000	0.1102	[357,]	102.49	102.50	0.0000	0.8865
[14,]	17.45	17.46	0.0000	0.1102	[358,]	104.05	104.10	0.0000	0.8865
[15,]	18.58	18.64	0.1176	0.2277	[359,]	104.95	104.99	0.0000	0.8865
[16,]	18.87	18.91	0.0000	0.2277	[360,]	105.74	105.80	0.0000	0.8865
[17,]	19.65	19.77	0.0000	0.2277	[361,]	106.02	106.07	0.0000	0.8865
[18,]	19.90	19.94	0.0000	0.2277	[362,]	106.33	106.43	0.0000	0.8865
[19,]	19.99	20.04	0.0000	0.2277	[363,]	106.47	106.48	0.0000	0.8865
[20,]	20.15	20.24	0.0000	0.2277	[364,]	106.80	106.84	0.0000	0.8865
[21,]	20.45	20.48	0.0000	0.2277	[365,]	107.02	107.06	0.0000	0.8865
[22,]	20.79	20.80	0.0000	0.2277	[366,]	107.73	107.80	0.0000	0.8865
[23,]	20.87	20.90	0.0000	0.2277	[367,]	108.24	108.29	0.0000	0.8865
[24,]	21.00	21.03	0.0000	0.2277	[368,]	108.49	108.60	0.0000	0.8865
[25,]	21.18	21.19	0.0000	0.2277	[369,]	109.31	109.38	0.0000	0.8865
[26,]	21.42	21.44	0.0000	0.2277	[370,]	109.80	109.83	0.0000	0.8865
[27,]	21.76	21.80	0.0000	0.2277	[371,]	111.43	111.46	0.0000	0.8865
[28,]	22.35	22.37	0.0000	0.2277	[372,]	112.34	112.36	0.0000	0.8865
[29,]	22.57	22.58	0.0000	0.2277	[373,]	112.47	112.48	0.0000	0.8865
[30,]	22.75	22.77	0.0000	0.2277	[374,]	112.69	112.74	0.0000	0.8865
[31,]	22.94	22.98	0.0000	0.2277	[375,]	113.84	113.85	0.0000	0.8865
[32,]	23.92	23.93	0.0000	0.2277	[376,]	114.49	114.51	0.0000	0.8865
[33,]	24.31	24.33	0.0000	0.2277	[377,]	115.47	115.60	0.0000	0.8865
[34,]	24.95	24.99	0.0000	0.2277	[378,]	116.17	116.26	0.0000	0.8865
[35,]	25.01	25.07	0.0000	0.2277	[379,]	117.01	117.04	0.0000	0.8865
[36,]	25.13	25.24	0.0000	0.2277	[380,]	117.22	117.29	0.0000	0.8865
[37,]	25.46	25.47	0.0000	0.2277	[381,]	117.30	117.31	0.0000	0.8865
[38,]	25.65	25.69	0.0000	0.2277	[382,]	117.47	117.60	0.0000	0.8865
[39,]	25.85	25.88	0.0000	0.2277	[383,]	117.82	117.86	0.0000	0.8865
[40,]	26.40	26.56	0.0000	0.2277	[384,]	118.15	118.17	0.0000	0.8865
.	.	.	.	.	[385,]	118.68	118.76	0.0000	0.8865
.	.	.	.	.	[386,]	119.38	119.39	0.0000	0.8865
.	.	.	.	.	[387,]	119.54	119.55	0.0225	0.9091
.	.	.	.	.	[388,]	119.92	119.96	0.0195	0.9286
.	.	.	.	.	[389,]	120.77	121.05	0.0000	0.9286
.	.	.	.	.	[390,]	121.33	121.36	0.0013	0.9298
.	.	.	.	.	[391,]	123.29	123.35	0.0000	0.9298
.	.	.	.	.	[392,]	123.75	123.81	0.0000	0.9298
.	.	.	.	.	[393,]	123.98	124.00	0.0000	0.9298
.	.	.	.	.	[394,]	124.45	124.46	0.0702	1.0000

\*Arxiu complet en el CD



## A4 Resultats de la funció de supervivència per a time\_2 per a l'Escenari I amb TEA.

\*\*\*\*\*

NEOS Server Version 5.0  
 Job# : 449472  
 Password : VMYcOiJo  
 Solver : nco:SNOPT:AMPL  
 Start : 2013-01-10 10:28:20  
 End : 2013-01-10 10:29:16  
 Host : neos-1.chtc.wisc.edu

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

Job 449472 sent to neos-1.chtc.wisc.edu  
 password: VMYcOiJo  
 ----- Begin Solver Output -----  
 Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10 10:28:21.315652

File exists  
 You are using the solver snopt.  
 Executing AMPL.  
 processing data.  
 processing commands.

394 variables, all nonlinear  
 1 constraint, all linear; 394 nonzeros  
 1 equality constraint  
 1 nonlinear objective; 394 nonzeros.

SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.  
 1664 iterations, objective -1175.299412  
 Nonlin evals: obj = 179, grad = 178.

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT_TURNBULL	1	2	3	4	:=				
1	8.44	8.45	0.0189	0.0189	16	18.87	18.91	0	0.2277
2	10.57	10.58	0.0011	0.02	17	19.65	19.77	0	0.2277
3	12.58	12.73	0.0902	0.1102	18	19.9	19.94	0	0.2277
4	12.77	12.8	0	0.1102	19	19.99	20.04	0	0.2277
5	13.12	13.13	0	0.1102	20	20.15	20.24	0	0.2277
6	13.17	13.25	0	0.1102	21	20.45	20.48	0	0.2277
7	13.29	13.3	0	0.1102	22	20.79	20.8	0	0.2277
8	13.79	13.82	0	0.1102	23	20.87	20.9	0	0.2277
9	13.84	13.9	0	0.1102	24	21	21.03	0	0.2277
10	14.39	14.4	0	0.1102	25	21.18	21.19	0	0.2277
11	15.25	15.35	0	0.1102	26	21.42	21.44	0	0.2277
12	16.65	16.74	0	0.1102	27	21.76	21.8	0	0.2277
13	17.2	17.23	0	0.1102	28	22.35	22.37	0	0.2277
14	17.45	17.46	0	0.1102	29	22.57	22.58	0	0.2277
15	18.58	18.64	0.1176	0.2277	30	22.75	22.77	0	0.2277

31	22.94	22.98	0	0.2277	345	97	97.08	0	0.7917
32	23.92	23.93	0	0.2277	346	97.74	97.91	0	0.7917
33	24.31	24.33	0	0.2277	347	98.1	98.11	0	0.7917
34	24.95	24.99	0	0.2277	348	98.32	98.45	0	0.7917
35	25.01	25.07	0	0.2277	349	98.56	98.57	0.0504	0.8421
36	25.13	25.24	0	0.2277	350	98.98	99.12	0	0.8421
37	25.46	25.47	0	0.2277	351	99.43	99.46	0	0.8421
38	25.65	25.69	0	0.2277	352	99.67	99.75	0.0444	0.8865
39	25.85	25.88	0	0.2277	353	101.6	101.61	0	0.8865
40	26.4	26.56	0	0.2277	354	101.61	101.62	0	0.8865
41	26.62	26.69	0	0.2277	355	101.98	102.06	0	0.8865
42	26.74	26.76	0	0.2277	356	102.24	102.29	0	0.8865
43	27.93	27.98	0	0.2277	357	102.49	102.5	0	0.8865
44	28.45	28.53	0	0.2277	358	104.05	104.1	0	0.8865
45	29.07	29.14	0	0.2277	359	104.95	104.99	0	0.8865
46	29.3	29.36	0	0.2277	360	105.74	105.8	0	0.8865
47	29.62	29.67	0	0.2277	361	106.02	106.07	0	0.8865
48	29.76	29.81	0	0.2277	362	106.33	106.43	0	0.8865
49	30.28	30.29	0.0117	0.2394	363	106.47	106.48	0	0.8865
50	30.31	30.35	0	0.2394	364	106.8	106.84	0	0.8865
51	30.42	30.43	0	0.2394	365	107.02	107.06	0	0.8865
52	30.67	30.72	0	0.2394	366	107.73	107.8	0	0.8865
53	30.8	30.83	0	0.2394	367	108.24	108.29	0	0.8865
54	31	31.04	0	0.2394	368	108.49	108.6	0	0.8865
55	31.11	31.17	0	0.2394	369	109.31	109.38	0	0.8865
56	31.19	31.31	0	0.2394	370	109.8	109.83	0	0.8865
57	32.21	32.24	0	0.2394	371	111.43	111.46	0	0.8865
58	32.42	32.46	0	0.2394	372	112.34	112.36	0	0.8865
59	32.61	32.69	0	0.2394	373	112.47	112.48	0	0.8865
60	32.75	32.89	0	0.2394	374	112.69	112.74	0	0.8865
61	33.15	33.18	0	0.2394	375	113.84	113.85	0	0.8865
62	33.26	33.3	0	0.2394	376	114.49	114.51	0	0.8865
63	33.56	33.6	0.0714	0.3108	377	115.47	115.6	0	0.8865
64	33.69	33.71	0	0.3108	378	116.17	116.26	0	0.8865
65	33.86	33.87	0	0.3108	379	117.01	117.04	0	0.8865
66	33.97	34.01	0	0.3108	380	117.22	117.29	0	0.8865
67	34.08	34.1	0	0.3108	381	117.3	117.31	0	0.8865
68	34.24	34.27	0	0.3108	382	117.47	117.6	0	0.8865
69	34.31	34.34	0	0.3108	383	117.82	117.86	0	0.8865
70	34.67	34.72	0	0.3108	384	118.15	118.17	0	0.8865
.	.	.	.	.	385	118.68	118.76	0	0.8865
.	.	.	.	.	386	119.38	119.39	0	0.8865
.	.	.	.	.	387	119.54	119.55	0.0225	0.9091
.	.	.	.	.	388	119.92	119.96	0.0195	0.9286
.	.	.	.	.	389	120.77	121.05	0	0.9286
.	.	.	.	.	390	121.33	121.36	0.0013	0.9298
.	.	.	.	.	391	123.29	123.35	0	0.9298
.	.	.	.	.	392	123.75	123.81	0	0.9298
.	.	.	.	.	393	123.98	124	0	0.9298
.	.	.	.	.	394	124.45	124.46	0.0702	1
.	.	.	.	.	;				

\*Arxiu complet en el CD

## A5 Resultats de la funció de supervivència per a time\_2 per a l'Escenari I amb TEAR.

\*\*\*\*\*

```
NEOS Server Version 5.0
Job#       : 449512
Password   : qvBKVjiC
Solver     : nco:SNOPT:AMPL
Start      : 2013-01-10 11:05:39
End        : 2013-01-10 11:06:26
Host       : neos-4.chtc.wisc.edu
```

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

```
Job 449512 sent to neos-4.chtc.wisc.edu
password: qvBKVjiC
----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10
16:08:43.858441
File exists
You are using the solver snopt.
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
```

```
Presolve eliminates 46 constraints and 92 variables.
Adjusted problem:
4442 variables:
    2221 nonlinear variables
    2221 linear variables
2222 constraints, all linear; 2471973 nonzeros
    2222 equality constraints
1 nonlinear objective; 2221 nonzeros.
```

```
SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.
5758 iterations, objective -1175.299414
Nonlin evals: obj = 230, grad = 229.
```

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT\_TURNBULL [\*,\*]

:	1	2	3	4	:=				
1	0	0.05	0	0	13	0.46	0.47	0	0
2	0.05	0.13	0	0	14	0.47	0.51	0	0
3	0.13	0.16	0	0	15	0.51	0.55	0	0
4	0.16	0.19	0	0	16	0.55	0.59	0	0
5	0.19	0.21	0	0	17	0.59	0.64	0	0
6	0.21	0.22	0	0	18	0.64	0.72	0	0
7	0.22	0.23	0	0	19	0.72	0.73	0	0
8	0.23	0.32	0	0	20	0.73	0.77	0	0
9	0.32	0.33	0	0	21	0.77	0.81	0	0
10	0.33	0.4	0	0	22	0.81	0.85	0	0
11	0.4	0.44	0	0	23	0.85	0.91	0	0
12	0.44	0.46	0	0	24	0.91	0.96	0	0

# Annex A

25	0.96	1	0	0	2213	121.68	121.81	0	0.9298
26	1	1.02	0	0	2214	121.81	121.83	0	0.9298
27	1.02	1.16	0	0	2215	121.83	121.94	0	0.9298
28	1.16	1.26	0	0	2216	121.94	122	0	0.9298
29	1.26	1.33	0	0	2217	122	122.01	0	0.9298
30	1.33	1.38	0	0	2218	122.01	122.03	0	0.9298
31	1.38	1.43	0	0	2219	122.03	122.04	0	0.9298
32	1.43	1.44	0	0	2220	122.04	122.18	0	0.9298
33	1.44	1.49	0	0	2221	122.18	122.23	0	0.9298
34	1.49	1.64	0	0	2222	122.23	122.25	0	0.9298
35	1.64	1.69	0	0	2223	122.25	122.38	0	0.9298
36	1.69	1.7	0	0	2224	122.38	122.39	0	0.9298
37	1.7	1.72	0	0	2225	122.39	122.48	0	0.9298
38	1.72	1.75	0	0	2226	122.48	122.49	0	0.9298
39	1.75	1.85	0	0	2227	122.49	122.53	0	0.9298
40	1.85	1.86	0	0	2228	122.53	122.54	0	0.9298
41	1.86	1.93	0	0	2229	122.54	122.58	0	0.9298
42	1.93	2.03	0	0	2230	122.58	122.61	0	0.9298
43	2.03	2.06	0	0	2231	122.61	122.64	0	0.9298
44	2.06	2.14	0	0	2232	122.64	122.67	0	0.9298
45	2.14	2.18	0	0	2233	122.67	122.68	0	0.9298
46	2.18	2.21	0	0	2234	122.68	122.84	0	0.9298
47	2.21	2.27	0	0	2235	122.84	123.07	0	0.9298
48	2.27	2.28	0	0	2236	123.07	123.24	0	0.9298
49	2.28	2.29	0	0	2237	123.24	123.29	0	0.9298
50	2.29	2.33	0	0	2238	123.29	123.35	0	0.9298
51	2.33	2.41	0	0	2239	123.35	123.39	0	0.9298
52	2.41	2.5	0	0	2240	123.39	123.47	0	0.9298
53	2.5	2.51	0	0	2241	123.47	123.55	0	0.9298
54	2.51	2.54	0	0	2242	123.55	123.56	0	0.9298
.	.	.	.	.	2243	123.56	123.57	0	0.9298
.	.	.	.	.	2244	123.57	123.75	0	0.9298
.	.	.	.	.	2245	123.75	123.81	0	0.9298
.	.	.	.	.	2246	123.81	123.89	0	0.9298
.	.	.	.	.	2247	123.89	123.91	0	0.9298
.	.	.	.	.	2248	123.91	123.94	0	0.9298
.	.	.	.	.	2249	123.94	123.98	0	0.9298
.	.	.	.	.	2250	123.98	124	0	0.9298
.	.	.	.	.	2251	124	124.01	0	0.9298
.	.	.	.	.	2252	124.01	124.02	0	0.9298
.	.	.	.	.	2253	124.02	124.19	0	0.9298
.	.	.	.	.	2254	124.19	124.21	0	0.9298
.	.	.	.	.	2255	124.21	124.22	0	0.9298
.	.	.	.	.	2256	124.22	124.25	0	0.9298
.	.	.	.	.	2257	124.25	124.3	0	0.9298
.	.	.	.	.	2258	124.3	124.42	0	0.9298
.	.	.	.	.	2259	124.42	124.45	0	0.9298
.	.	.	.	.	2260	124.45	124.46	0.0702	1
.	.	.	.	.	2261	124.46	124.49	0	1
2206	121.28	121.33	0	0.9286	2262	124.49	124.55	0	1
2207	121.33	121.36	0.0012	0.9298	2263	124.55	124.56	0	1
2208	121.36	121.37	0	0.9298	2264	124.56	124.62	0	1
2209	121.37	121.57	0	0.9298	2265	124.62	124.74	0	1
2210	121.57	121.59	0	0.9298	2266	124.74	125	0	1
2211	121.59	121.63	0	0.9298	2267	125	999	0	1
2212	121.63	121.68	0	0.9298	;				

\*Arxiu complet en el CD

# **A6 Resultats de la funció de supervivència per a time\_3 pels Escenaris I i II amb R.**

			EMICM	Cum					
[1,]	12.58	12.73	0.0508	0.0508	[339,]	104.05	104.10	0.0000	0.8317
[2,]	13.12	13.13	0.0000	0.0508	[340,]	104.54	104.69	0.0000	0.8317
[3,]	13.17	13.25	0.0000	0.0508	[341,]	104.95	104.99	0.0000	0.8317
[4,]	13.29	13.30	0.0000	0.0508	[342,]	105.74	105.80	0.0000	0.8317
[5,]	13.84	13.90	0.0000	0.0508	[343,]	106.07	106.17	0.0000	0.8317
[6,]	17.45	17.46	0.0000	0.0508	[344,]	106.47	106.48	0.0000	0.8317
[7,]	18.58	18.64	0.0401	0.0909	[345,]	106.80	106.84	0.0000	0.8317
[8,]	18.66	18.78	0.0000	0.0909	[346,]	107.02	107.06	0.0000	0.8317
[9,]	18.87	18.91	0.0000	0.0909	[347,]	107.22	107.25	0.0000	0.8317
[10,]	20.79	20.80	0.0577	0.1486	[348,]	107.73	107.80	0.0000	0.8317
[11,]	20.87	20.90	0.0000	0.1486	[349,]	108.24	108.29	0.0000	0.8317
[12,]	21.00	21.03	0.0000	0.1486	[350,]	108.49	108.60	0.0000	0.8317
[13,]	21.18	21.19	0.0000	0.1486	[351,]	109.31	109.38	0.0000	0.8317
[14,]	21.76	21.80	0.0000	0.1486	[352,]	109.61	109.64	0.0000	0.8317
[15,]	22.35	22.37	0.0000	0.1486	[353,]	109.80	109.83	0.0000	0.8317
[16,]	22.57	22.58	0.0000	0.1486	[354,]	110.54	110.58	0.0000	0.8317
[17,]	22.77	22.92	0.0000	0.1486	[355,]	111.43	111.46	0.0000	0.8317
[18,]	24.31	24.33	0.0010	0.1497	[356,]	111.72	111.80	0.0000	0.8317
[19,]	24.35	24.39	0.0000	0.1497	[357,]	111.97	111.98	0.0000	0.8317
[20,]	24.95	24.99	0.0000	0.1497	[358,]	112.34	112.36	0.0000	0.8317
[21,]	25.46	25.47	0.0000	0.1497	[359,]	112.36	112.43	0.0000	0.8317
[22,]	25.65	25.69	0.0000	0.1497	[360,]	112.47	112.48	0.0000	0.8317
[23,]	25.85	25.88	0.0000	0.1497	[361,]	112.67	112.68	0.0000	0.8317
[24,]	26.40	26.56	0.0000	0.1497	[362,]	112.69	112.74	0.0000	0.8317
[25,]	26.62	26.69	0.0000	0.1497	[363,]	112.77	112.80	0.0000	0.8317
[26,]	26.74	26.76	0.0000	0.1497	[364,]	113.84	113.85	0.0000	0.8317
[27,]	27.93	27.98	0.0000	0.1497	[365,]	114.39	114.40	0.0000	0.8317
[28,]	28.45	28.53	0.0000	0.1497	[366,]	114.49	114.51	0.0000	0.8317
[29,]	29.07	29.14	0.0000	0.1497	[367,]	115.02	115.03	0.0000	0.8317
[30,]	29.62	29.67	0.0000	0.1497	[368,]	115.47	115.60	0.0000	0.8317
[31,]	29.76	29.81	0.0000	0.1497	[369,]	115.82	115.90	0.0000	0.8317
[32,]	30.28	30.29	0.0000	0.1497	[370,]	116.17	116.26	0.0000	0.8317
[33,]	30.31	30.35	0.0000	0.1497	[371,]	117.01	117.04	0.0000	0.8317
[34,]	30.67	30.72	0.0000	0.1497	[372,]	117.22	117.29	0.0000	0.8317
[35,]	30.80	30.83	0.0000	0.1497	[373,]	117.30	117.31	0.0000	0.8317
[36,]	31.31	31.35	0.0000	0.1497	[374,]	117.47	117.60	0.0000	0.8317
[37,]	32.61	32.69	0.0082	0.1579	[375,]	117.82	117.86	0.0000	0.8317
[38,]	32.75	32.89	0.0000	0.1579	[376,]	118.15	118.17	0.0000	0.8317
[39,]	33.26	33.30	0.0000	0.1579	[377,]	118.68	118.76	0.0000	0.8317
[40,]	33.56	33.60	0.0088	0.1667	[378,]	118.87	119.01	0.0000	0.8317
.	.	.	.	.	[379,]	119.38	119.39	0.0000	0.8317
.	.	.	.	.	[380,]	119.54	119.55	0.0774	0.9091
.	.	.	.	.	[381,]	119.92	119.96	0.0086	0.9176
.	.	.	.	.	[382,]	120.77	121.05	0.0000	0.9176
.	.	.	.	.	[383,]	121.33	121.36	0.0000	0.9176
.	.	.	.	.	[384,]	122.64	122.67	0.0000	0.9176
.	.	.	.	.	[385,]	123.29	123.35	0.0000	0.9176
.	.	.	.	.	[386,]	123.75	123.81	0.0000	0.9176
.	.	.	.	.	[387,]	123.98	124.00	0.0000	0.9176
.	.	.	.	.	[388,]	124.45	124.46	0.0824	1.0000

\*Arxiu complet en el CD

**A7 Resultats de la funció de supervivència per a time\_3 per a l'Escenari I amb TEA.**

\*\*\*\*\*

```
NEOS Server Version 5.0
Job#       : 449475
Password   : IJZTGhbl
Solver     : nco:SNOPT:AMPL
Start      : 2013-01-10 10:30:57
End        : 2013-01-10 10:32:06
Host       : neos-1.chtc.wisc.edu
```

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

```
Job 449475 sent to neos-1.chtc.wisc.edu
password: IJZTGhbl
----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10
10:30:57.731462
File exists
You are using the solver snopt.
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
```

```
388 variables, all nonlinear
1 constraint, all linear; 388 nonzeros
  1 equality constraint
1 nonlinear objective; 388 nonzeros.
```

```
SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.
1513 iterations, objective -1162.54004
Nonlin evals: obj = 176, grad = 175.
```

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT\_TURNBULL [\*,\*]

:	1	2	3	4	:=				
1	12.58	12.73	0.0508	0.0508	17	22.77	22.92	0	0.1486
2	13.12	13.13	0	0.0508	18	24.31	24.33	0.001	0.1497
3	13.17	13.25	0	0.0508	19	24.35	24.39	0	0.1497
4	13.29	13.3	0	0.0508	20	24.95	24.99	0	0.1497
5	13.84	13.9	0	0.0508	21	25.46	25.47	0	0.1497
6	17.45	17.46	0	0.0508	22	25.65	25.69	0	0.1497
7	18.58	18.64	0.0401	0.0909	23	25.85	25.88	0	0.1497
8	18.66	18.78	0	0.0909	24	26.4	26.56	0	0.1497
9	18.87	18.91	0	0.0909	25	26.62	26.69	0	0.1497
10	20.79	20.8	0.0577	0.1486	26	26.74	26.76	0	0.1497
11	20.87	20.9	0	0.1486	27	27.93	27.98	0	0.1497
12	21	21.03	0	0.1486	28	28.45	28.53	0	0.1497
13	21.18	21.19	0	0.1486	29	29.07	29.14	0	0.1497
14	21.76	21.8	0	0.1486	30	29.62	29.67	0	0.1497
15	22.35	22.37	0	0.1486	31	29.76	29.81	0	0.1497
16	22.57	22.58	0	0.1486	32	30.28	30.29	0	0.1497

33	30.31	30.35	0	0.1497	339	104.05	104.1	0	0.8317
34	30.67	30.72	0	0.1497	340	104.54	104.69	0	0.8317
35	30.8	30.83	0	0.1497	341	104.95	104.99	0	0.8317
36	31.31	31.35	0	0.1497	342	105.74	105.8	0	0.8317
37	32.61	32.69	0.0083	0.1579	343	106.07	106.17	0	0.8317
38	32.75	32.89	0	0.1579	344	106.47	106.48	0	0.8317
39	33.26	33.3	0	0.1579	345	106.8	106.84	0	0.8317
40	33.56	33.6	0.0087	0.1667	346	107.02	107.06	0	0.8317
41	33.86	33.87	0.0778	0.2444	347	107.22	107.25	0	0.8317
42	33.97	34.01	0	0.2444	348	107.73	107.8	0	0.8317
43	34.24	34.27	0	0.2444	349	108.24	108.29	0	0.8317
44	34.31	34.34	0	0.2444	350	108.49	108.6	0	0.8317
45	34.79	34.81	0	0.2444	351	109.31	109.38	0	0.8317
46	35.11	35.14	0	0.2444	352	109.61	109.64	0	0.8317
47	35.56	35.57	0.0164	0.2609	353	109.8	109.83	0	0.8317
48	35.57	35.64	0	0.2609	354	110.54	110.58	0	0.8317
49	35.7	35.71	0	0.2609	355	111.43	111.46	0	0.8317
50	35.71	35.72	0	0.2609	356	111.72	111.8	0	0.8317
51	36.37	36.38	0	0.2609	357	111.97	111.98	0	0.8317
52	36.68	36.72	0.037	0.2979	358	112.34	112.36	0	0.8317
53	36.93	36.95	0	0.2979	359	112.36	112.43	0	0.8317
54	37.15	37.18	0	0.2979	360	112.47	112.48	0	0.8317
55	37.24	37.28	0	0.2979	361	112.67	112.68	0	0.8317
56	37.3	37.38	0	0.2979	362	112.69	112.74	0	0.8317
57	37.7	37.78	0	0.2979	363	112.77	112.8	0	0.8317
58	37.85	37.86	0	0.2979	364	113.84	113.85	0	0.8317
59	37.99	38.02	0	0.2979	365	114.39	114.4	0	0.8317
60	38.21	38.42	0	0.2979	366	114.49	114.51	0	0.8317
61	38.86	39.02	0.0028	0.3007	367	115.02	115.03	0	0.8317
62	39.12	39.2	0	0.3007	368	115.47	115.6	0	0.8317
63	39.27	39.35	0	0.3007	369	115.82	115.9	0	0.8317
64	39.54	39.62	0	0.3007	370	116.17	116.26	0	0.8317
65	39.73	39.84	0	0.3007	371	117.01	117.04	0	0.8317
66	39.96	40.11	0	0.3007	372	117.22	117.29	0	0.8317
67	40.14	40.21	0	0.3007	373	117.3	117.31	0	0.8317
68	40.42	40.48	0	0.3007	374	117.47	117.6	0	0.8317
69	40.49	40.5	0	0.3007	375	117.82	117.86	0	0.8317
70	40.68	40.7	0	0.3007	376	118.15	118.17	0	0.8317
71	40.78	40.89	0	0.3007	377	118.68	118.76	0	0.8317
.	.	.	.	.	378	118.87	119.01	0	0.8317
.	.	.	.	.	379	119.38	119.39	0	0.8317
.	.	.	.	.	380	119.54	119.55	0.0774	0.9091
.	.	.	.	.	381	119.92	119.96	0.0086	0.9176
.	.	.	.	.	382	120.77	121.05	0	0.9176
.	.	.	.	.	383	121.33	121.36	0	0.9176
.	.	.	.	.	384	122.64	122.67	0	0.9176
.	.	.	.	.	385	123.29	123.35	0	0.9176
.	.	.	.	.	386	123.75	123.81	0	0.9176
.	.	.	.	.	387	123.98	124	0	0.9176
.	.	.	.	.	388	124.45	124.46	0.0824	1
.	.	.	.	.	;				

\*Arxiu complet en el CD

**A8 Resultats de la funció de supervivència per a time\_3 per a l'Escenari I amb TEAR.**

\*\*\*\*\*

```
NEOS Server Version 5.0
Job#       : 449514
Password   : CSJUognO
Solver     : nco:SNOPT:AMPL
Start      : 2013-01-10 11:09:39
End        : 2013-01-10 11:10:25
Host       : neos-1.chtc.wisc.edu
```

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

```
Job 449514 sent to neos-1.chtc.wisc.edu
password: CSJUognO
----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10
11:09:39.633562
File exists
You are using the solver snopt.
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
```

```
Presolve eliminates 181 constraints and 362 variables.
Adjusted problem:
4172 variables:
    2086 nonlinear variables
    2086 linear variables
2087 constraints, all linear; 2180913 nonzeros
    2087 equality constraints
1 nonlinear objective; 2086 nonzeros.
```

```
SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.
5050 iterations, objective -1162.54004
Nonlin evals: obj = 176, grad = 175.
```

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT\_TURNBULL [\*,\*]

:	1	2	3	4	:=				
1	0	0.05	0	0	13	0.46	0.47	0	0
2	0.05	0.13	0	0	14	0.47	0.51	0	0
3	0.13	0.16	0	0	15	0.51	0.55	0	0
4	0.16	0.19	0	0	16	0.55	0.59	0	0
5	0.19	0.21	0	0	17	0.59	0.64	0	0
6	0.21	0.22	0	0	18	0.64	0.72	0	0
7	0.22	0.23	0	0	19	0.72	0.73	0	0
8	0.23	0.32	0	0	20	0.73	0.77	0	0
9	0.32	0.33	0	0	21	0.77	0.81	0	0
10	0.33	0.4	0	0	22	0.81	0.85	0	0
11	0.4	0.44	0	0	23	0.85	0.91	0	0
12	0.44	0.46	0	0	24	0.91	0.96	0	0



25	0.96	1	0	0	2213	121.68	121.81	0	0.9176
26	1	1.02	0	0	2214	121.81	121.83	0	0.9176
27	1.02	1.16	0	0	2215	121.83	121.94	0	0.9176
28	1.16	1.26	0	0	2216	121.94	122	0	0.9176
29	1.26	1.33	0	0	2217	122	122.01	0	0.9176
30	1.33	1.38	0	0	2218	122.01	122.03	0	0.9176
.	.	.	.	.	2219	122.03	122.04	0	0.9176
.	.	.	.	.	2220	122.04	122.18	0	0.9176
.	.	.	.	.	2221	122.18	122.23	0	0.9176
.	.	.	.	.	2222	122.23	122.25	0	0.9176
.	.	.	.	.	2223	122.25	122.38	0	0.9176
.	.	.	.	.	2224	122.38	122.39	0	0.9176
.	.	.	.	.	2225	122.39	122.48	0	0.9176
.	.	.	.	.	2226	122.48	122.49	0	0.9176
.	.	.	.	.	2227	122.49	122.53	0	0.9176
2172	119.52	119.54	0	0.8317	2228	122.53	122.54	0	0.9176
2173	119.54	119.55	0.0774	0.9091	2229	122.54	122.58	0	0.9176
2174	119.55	119.66	0	0.9091	2230	122.58	122.61	0	0.9176
2175	119.66	119.7	0	0.9091	2231	122.61	122.64	0	0.9176
2176	119.7	119.73	0	0.9091	2232	122.64	122.67	0	0.9176
2177	119.73	119.76	0	0.9091	2233	122.67	122.68	0	0.9176
2178	119.76	119.8	0	0.9091	2234	122.68	122.84	0	0.9176
2179	119.8	119.81	0	0.9091	2235	122.84	123.07	0	0.9176
2180	119.81	119.84	0	0.9091	2236	123.07	123.24	0	0.9176
2181	119.84	119.92	0	0.9091	2237	123.24	123.29	0	0.9176
2182	119.92	119.96	0.0086	0.9176	2238	123.29	123.35	0	0.9176
2183	119.96	119.97	0	0.9176	2239	123.35	123.39	0	0.9176
2184	119.97	119.99	0	0.9176	2240	123.39	123.47	0	0.9176
2185	119.99	120.16	0	0.9176	2241	123.47	123.55	0	0.9176
2186	120.16	120.19	0	0.9176	2242	123.55	123.56	0	0.9176
2187	120.19	120.23	0	0.9176	2243	123.56	123.57	0	0.9176
2188	120.23	120.24	0	0.9176	2244	123.57	123.75	0	0.9176
2189	120.24	120.26	0	0.9176	2245	123.75	123.81	0	0.9176
2190	120.26	120.28	0	0.9176	2246	123.81	123.89	0	0.9176
2191	120.28	120.31	0	0.9176	2247	123.89	123.91	0	0.9176
2192	120.31	120.34	0	0.9176	2248	123.91	123.94	0	0.9176
2193	120.34	120.44	0	0.9176	2249	123.94	123.98	0	0.9176
2194	120.44	120.59	0	0.9176	2250	123.98	124	0	0.9176
2195	120.59	120.61	0	0.9176	2251	124	124.01	0	0.9176
2196	120.61	120.66	0	0.9176	2252	124.01	124.02	0	0.9176
2197	120.66	120.68	0	0.9176	2253	124.02	124.19	0	0.9176
2198	120.68	120.73	0	0.9176	2254	124.19	124.21	0	0.9176
2199	120.73	120.77	0	0.9176	2255	124.21	124.22	0	0.9176
2200	120.77	121.05	0	0.9176	2256	124.22	124.25	0	0.9176
2201	121.05	121.18	0	0.9176	2257	124.25	124.3	0	0.9176
2202	121.18	121.22	0	0.9176	2258	124.3	124.42	0	0.9176
2203	121.22	121.23	0	0.9176	2259	124.42	124.45	0	0.9176
2204	121.23	121.25	0	0.9176	2260	124.45	124.46	0.0824	1
2205	121.25	121.28	0	0.9176	2261	124.46	124.49	0	1
2206	121.28	121.33	0	0.9176	2262	124.49	124.55	0	1
2207	121.33	121.36	0	0.9176	2263	124.55	124.56	0	1
2208	121.36	121.37	0	0.9176	2264	124.56	124.62	0	1
2209	121.37	121.57	0	0.9176	2265	124.62	124.74	0	1
2210	121.57	121.59	0	0.9176	2266	124.74	125	0	1
2211	121.59	121.63	0	0.9176	2267	125	999	0	1
2212	121.63	121.68	0	0.9176	;				

\*Arxiu complet en el CD

**A9 Resultats de la funció de supervivència per a time\_2 per a l'Escenari II amb R.**

			EMICM	Cum					
[1,]	8.44	8.45	0.0189	0.0189	[373,]	97.00	97.08	0.0000	0.8875
[2,]	10.57	10.58	0.0011	0.0200	[374,]	97.74	97.91	0.0000	0.8875
[3,]	12.58	12.73	0.0902	0.1102	[375,]	98.10	98.11	0.0000	0.8875
[4,]	12.77	12.80	0.0000	0.1102	[376,]	98.32	98.45	0.0000	0.8875
[5,]	13.12	13.13	0.0000	0.1102	[377,]	98.56	98.57	0.0000	0.8875
[6,]	13.17	13.25	0.0000	0.1102	[378,]	98.98	99.12	0.0000	0.8875
[7,]	13.29	13.30	0.0000	0.1102	[379,]	99.43	99.46	0.0000	0.8875
[8,]	13.79	13.82	0.0000	0.1102	[380,]	99.67	99.75	0.0000	0.8875
[9,]	13.84	13.90	0.0000	0.1102	[381,]	101.60	101.61	0.0000	0.8875
[10,]	14.39	14.40	0.0000	0.1102	[382,]	101.61	101.62	0.0000	0.8875
[11,]	15.25	15.35	0.0000	0.1102	[383,]	101.98	102.06	0.0000	0.8875
[12,]	16.65	16.74	0.0000	0.1102	[384,]	102.24	102.29	0.0000	0.8875
[13,]	17.20	17.23	0.0000	0.1102	[385,]	102.49	102.50	0.0000	0.8875
[14,]	17.45	17.46	0.0000	0.1102	[386,]	104.05	104.10	0.0000	0.8875
[15,]	18.58	18.64	0.1176	0.2277	[387,]	104.95	104.99	0.0000	0.8875
[16,]	18.87	18.91	0.0000	0.2277	[388,]	105.74	105.80	0.0000	0.8875
[17,]	19.65	19.77	0.0000	0.2277	[389,]	106.02	106.07	0.0000	0.8875
[18,]	19.90	19.94	0.0000	0.2277	[390,]	106.33	106.43	0.0000	0.8875
[19,]	19.99	20.04	0.0000	0.2277	[391,]	106.47	106.48	0.0000	0.8875
[20,]	20.15	20.24	0.0000	0.2277	[392,]	106.80	106.84	0.0000	0.8875
[21,]	20.45	20.48	0.0000	0.2277	[393,]	107.02	107.06	0.0000	0.8875
[22,]	20.79	20.80	0.0000	0.2277	[394,]	107.73	107.80	0.0000	0.8875
[23,]	20.87	20.90	0.0000	0.2277	[395,]	108.24	108.29	0.0000	0.8875
[24,]	21.00	21.03	0.0000	0.2277	[396,]	108.49	108.60	0.0000	0.8875
[25,]	21.18	21.19	0.0000	0.2277	[397,]	109.31	109.38	0.0000	0.8875
[26,]	21.42	21.44	0.0000	0.2277	[398,]	109.80	109.83	0.0000	0.8875
[27,]	21.76	21.80	0.0000	0.2277	[399,]	111.43	111.46	0.0000	0.8875
[28,]	22.35	22.37	0.0000	0.2277	[400,]	112.34	112.36	0.0000	0.8875
[29,]	22.57	22.58	0.0000	0.2277	[401,]	112.47	112.48	0.0000	0.8875
[30,]	22.75	22.77	0.0000	0.2277	[402,]	112.69	112.74	0.0000	0.8875
[31,]	22.94	22.98	0.0000	0.2277	[403,]	113.84	113.85	0.0000	0.8875
[32,]	23.92	23.93	0.0000	0.2277	[404,]	114.49	114.51	0.0000	0.8875
[33,]	24.31	24.33	0.0000	0.2277	[405,]	115.47	115.60	0.0000	0.8875
[34,]	24.95	24.99	0.0000	0.2277	[406,]	116.17	116.26	0.0000	0.8875
[35,]	25.01	25.07	0.0000	0.2277	[407,]	117.01	117.04	0.0000	0.8875
[36,]	25.13	25.24	0.0000	0.2277	[408,]	117.22	117.29	0.0000	0.8875
[37,]	25.46	25.47	0.0000	0.2277	[409,]	117.30	117.31	0.0000	0.8875
[38,]	25.65	25.69	0.0000	0.2277	[410,]	117.47	117.60	0.0000	0.8875
[39,]	25.85	25.88	0.0000	0.2277	[411,]	117.82	117.86	0.0000	0.8875
[40,]	26.40	26.56	0.0000	0.2277	[412,]	118.15	118.17	0.0000	0.8875
.	.	.	.	.	[413,]	118.68	118.76	0.0000	0.8875
.	.	.	.	.	[414,]	119.38	119.39	0.0000	0.8875
.	.	.	.	.	[415,]	119.54	119.55	0.0216	0.9091
.	.	.	.	.	[416,]	119.92	119.96	0.0195	0.9286
.	.	.	.	.	[417,]	120.77	121.05	0.0000	0.9286
.	.	.	.	.	[418,]	121.33	121.36	0.0013	0.9298
.	.	.	.	.	[419,]	123.29	123.35	0.0000	0.9298
.	.	.	.	.	[420,]	123.75	123.81	0.0000	0.9298
.	.	.	.	.	[421,]	123.98	124.00	0.0000	0.9298
.	.	.	.	.	[422,]	124.45	124.46	0.0702	1.0000

\*Arxiu complet en el CD

## A10 Resultats de la funció de supervivència per a time\_2 per a l'Escenari II amb TEAR.

\*\*\*\*\*

NEOS Server Version 5.0

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

Job 449618 has finished.

Job 449618 sent to neos-4.chtc.wisc.edu

password: aYHtKAvX

----- Begin Solver Output -----

Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10 17:23:04.028793

File exists

You are using the solver snopt.

Executing AMPL.

processing data.

processing commands.

4726 variables:

2363 nonlinear variables

2363 linear variables

2364 constraints; 2797792 nonzeros

2363 nonlinear constraints

1 linear constraint

2364 equality constraints

1 nonlinear objective; 2363 nonzeros.

SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.

7743 iterations, objective -1608.731279

Nonlin evals: obj = 284, grad = 283, constrs = 284, Jac = 283.

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT\_TURNBULL [\*,\*]

:	1	2	3	4	:=				
1	0	0.05	0	0	18	0.64	0.72	0	0
2	0.05	0.13	0	0	19	0.72	0.73	0	0
3	0.13	0.16	0	0	20	0.73	0.77	0	0
4	0.16	0.19	0	0	21	0.77	0.81	0	0
5	0.19	0.21	0	0	22	0.81	0.85	0	0
6	0.21	0.22	0	0	23	0.85	0.91	0	0
7	0.22	0.23	0	0	24	0.91	0.96	0	0
8	0.23	0.32	0	0	25	0.96	1	0	0
9	0.32	0.33	0	0	26	1	1.02	0	0
10	0.33	0.4	0	0	27	1.02	1.16	0	0
11	0.4	0.44	0	0	28	1.16	1.26	0	0
12	0.44	0.46	0	0	29	1.26	1.33	0	0
13	0.46	0.47	0	0	30	1.33	1.38	0	0
14	0.47	0.51	0	0	31	1.38	1.43	0	0
15	0.51	0.55	0	0	32	1.43	1.44	0	0
16	0.55	0.59	0	0	33	1.44	1.49	0	0
17	0.59	0.64	0	0	34	1.49	1.64	0	0

# Annex A

35	1.64	1.69	0	0	2312	121.94	122	0	0.9298
36	1.69	1.7	0	0	2313	122	122.01	0	0.9298
37	1.7	1.72	0	0	2314	122.01	122.03	0	0.9298
38	1.72	1.75	0	0	2315	122.03	122.04	0	0.9298
39	1.75	1.85	0	0	2316	122.04	122.18	0	0.9298
40	1.85	1.86	0	0	2317	122.18	122.23	0	0.9298
.	.	.	.	.	2318	122.23	122.25	0	0.9298
.	.	.	.	.	2319	122.25	122.38	0	0.9298
.	.	.	.	.	2320	122.38	122.39	0	0.9298
.	.	.	.	.	2321	122.39	122.48	0	0.9298
.	.	.	.	.	2322	122.48	122.49	0	0.9298
.	.	.	.	.	2323	122.49	122.53	0	0.9298
.	.	.	.	.	2324	122.53	122.54	0	0.9298
.	.	.	.	.	2325	122.54	122.58	0	0.9298
.	.	.	.	.	2326	122.58	122.61	0	0.9298
.	.	.	.	.	2327	122.61	122.64	0	0.9298
.	.	.	.	.	2328	122.64	122.67	0	0.9298
.	.	.	.	.	2329	122.67	122.68	0	0.9298
.	.	.	.	.	2330	122.68	122.84	0	0.9298
2278	119.92	119.96	0.0195	0.9286	2331	122.84	123.07	0	0.9298
2279	119.96	119.97	0	0.9286	2332	123.07	123.24	0	0.9298
2280	119.97	119.99	0	0.9286	2333	123.24	123.29	0	0.9298
2281	119.99	120.16	0	0.9286	2334	123.29	123.35	0	0.9298
2282	120.16	120.19	0	0.9286	2335	123.35	123.39	0	0.9298
2283	120.19	120.23	0	0.9286	2336	123.39	123.47	0	0.9298
2284	120.23	120.24	0	0.9286	2337	123.47	123.55	0	0.9298
2285	120.24	120.26	0	0.9286	2338	123.55	123.56	0	0.9298
2286	120.26	120.28	0	0.9286	2339	123.56	123.57	0	0.9298
2287	120.28	120.31	0	0.9286	2340	123.57	123.75	0	0.9298
2288	120.31	120.34	0	0.9286	2341	123.75	123.81	0	0.9298
2289	120.34	120.44	0	0.9286	2342	123.81	123.89	0	0.9298
2290	120.44	120.59	0	0.9286	2343	123.89	123.91	0	0.9298
2291	120.59	120.61	0	0.9286	2344	123.91	123.94	0	0.9298
2292	120.61	120.66	0	0.9286	2345	123.94	123.98	0	0.9298
2293	120.66	120.68	0	0.9286	2346	123.98	124	0	0.9298
2294	120.68	120.73	0	0.9286	2347	124	124.01	0	0.9298
2295	120.73	120.77	0	0.9286	2348	124.01	124.02	0	0.9298
2296	120.77	121.05	0	0.9286	2349	124.02	124.19	0	0.9298
2297	121.05	121.18	0	0.9286	2350	124.19	124.21	0	0.9298
2298	121.18	121.22	0	0.9286	2351	124.21	124.22	0	0.9298
2299	121.22	121.23	0	0.9286	2352	124.22	124.25	0	0.9298
2300	121.23	121.25	0	0.9286	2353	124.25	124.3	0	0.9298
2301	121.25	121.28	0	0.9286	2354	124.3	124.42	0	0.9298
2302	121.28	121.33	0	0.9286	2355	124.42	124.45	0	0.9298
2303	121.33	121.36	0.0013	0.9298	2356	124.45	124.46	0.0702	1
2304	121.36	121.37	0	0.9298	2357	124.46	124.49	0	1
2305	121.37	121.57	0	0.9298	2358	124.49	124.55	0	1
2306	121.57	121.59	0	0.9298	2359	124.55	124.56	0	1
2307	121.59	121.63	0	0.9298	2360	124.56	124.62	0	1
2308	121.63	121.68	0	0.9298	2361	124.62	124.74	0	1
2309	121.68	121.81	0	0.9298	2362	124.74	125	0	1
2310	121.81	121.83	0	0.9298	2363	125	999	0	1
2311	121.83	121.94	0	0.9298	;				

\*Arxiu complet en el CD

## A11 Resultats de la funció de supervivència per a time\_3 per a l'Escenari II amb TEAR.

\*\*\*\*\*

```
NEOS Server Version 5.0
Job#       : 449637
Password   : BVyEIflp
Solver     : nco:SNOPT:AMPL
Start      : 2013-01-10 12:40:00
End        : 2013-01-10 12:41:19
Host       : neos-4.chtc.wisc.edu
```

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

```
Job 449637 sent to neos-4.chtc.wisc.edu
password: BVyEIflp
----- Begin Solver Output -----
Executing /opt/neos/Drivers/snopt-ampl/snopt-driver.py at time: 2013-01-10
17:43:05.140787
File exists
You are using the solver snopt.
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
```

```
4534 variables:
  2267 nonlinear variables
  2267 linear variables
2268 constraints; 2575312 nonzeros
  2267 nonlinear constraints
  1 linear constraint
  2268 equality constraints
1 nonlinear objective; 2267 nonzeros.
```

```
SNOPT 7.2-10 : Optimal solution found.
5083 iterations, objective -1163.042108
Nonlin evals: obj = 125, grad = 124, constrs = 125, Jac = 124.
```

The Turnbull intervals with the failure probabilities and the cumulative probabilities are:

INT\_TURNBULL [\*,\*]

:	1	2	3	4	:=				
1	0	0.05	0	0	13	0.46	0.47	0	0
2	0.05	0.13	0	0	14	0.47	0.51	0	0
3	0.13	0.16	0	0	15	0.51	0.55	0	0
4	0.16	0.19	0	0	16	0.55	0.59	0	0
5	0.19	0.21	0	0	17	0.59	0.64	0	0
6	0.21	0.22	0	0	18	0.64	0.72	0	0
7	0.22	0.23	0	0	19	0.72	0.73	0	0
8	0.23	0.32	0	0	20	0.73	0.77	0	0
9	0.32	0.33	0	0	21	0.77	0.81	0	0
10	0.33	0.4	0	0	22	0.81	0.85	0	0
11	0.4	0.44	0	0	23	0.85	0.91	0	0
12	0.44	0.46	0	0	24	0.91	0.96	0	0

Annex A

25	0.96	1	0	0	2212	121.63	121.68	0	0.9176
26	1	1.02	0	0	2213	121.68	121.81	0	0.9176
27	1.02	1.16	0	0	2214	121.81	121.83	0	0.9176
28	1.16	1.26	0	0	2215	121.83	121.94	0	0.9176
29	1.26	1.33	0	0	2216	121.94	122	0	0.9176
30	1.33	1.38	0	0	2217	122	122.01	0	0.9176
.	.	.	.	.	2218	122.01	122.03	0	0.9176
.	.	.	.	.	2219	122.03	122.04	0	0.9176
.	.	.	.	.	2220	122.04	122.18	0	0.9176
.	.	.	.	.	2221	122.18	122.23	0	0.9176
.	.	.	.	.	2222	122.23	122.25	0	0.9176
.	.	.	.	.	2223	122.25	122.38	0	0.9176
.	.	.	.	.	2224	122.38	122.39	0	0.9176
.	.	.	.	.	2225	122.39	122.48	0	0.9176
.	.	.	.	.	2226	122.48	122.49	0	0.9176
.	.	.	.	.	2227	122.49	122.53	0	0.9176
.	.	.	.	.	2228	122.53	122.54	0	0.9176
2172	119.52	119.54	0	0.8317	2229	122.54	122.58	0	0.9176
2173	119.54	119.55	0.0774	0.9091	2230	122.58	122.61	0	0.9176
2174	119.55	119.66	0	0.9091	2231	122.61	122.64	0	0.9176
2175	119.66	119.7	0	0.9091	2232	122.64	122.67	0	0.9176
2176	119.7	119.73	0	0.9091	2233	122.67	122.68	0	0.9176
2177	119.73	119.76	0	0.9091	2234	122.68	122.84	0	0.9176
2178	119.76	119.8	0	0.9091	2235	122.84	123.07	0	0.9176
2179	119.8	119.81	0	0.9091	2236	123.07	123.24	0	0.9176
2180	119.81	119.84	0	0.9091	2237	123.24	123.29	0	0.9176
2181	119.84	119.92	0	0.9091	2238	123.29	123.35	0	0.9176
2182	119.92	119.96	0.0086	0.9176	2239	123.35	123.39	0	0.9176
2183	119.96	119.97	0	0.9176	2240	123.39	123.47	0	0.9176
2184	119.97	119.99	0	0.9176	2241	123.47	123.55	0	0.9176
2185	119.99	120.16	0	0.9176	2242	123.55	123.56	0	0.9176
2186	120.16	120.19	0	0.9176	2243	123.56	123.57	0	0.9176
2187	120.19	120.23	0	0.9176	2244	123.57	123.75	0	0.9176
2188	120.23	120.24	0	0.9176	2245	123.75	123.81	0	0.9176
2189	120.24	120.26	0	0.9176	2246	123.81	123.89	0	0.9176
2190	120.26	120.28	0	0.9176	2247	123.89	123.91	0	0.9176
2191	120.28	120.31	0	0.9176	2248	123.91	123.94	0	0.9176
2192	120.31	120.34	0	0.9176	2249	123.94	123.98	0	0.9176
2193	120.34	120.44	0	0.9176	2250	123.98	124	0	0.9176
2194	120.44	120.59	0	0.9176	2251	124	124.01	0	0.9176
2195	120.59	120.61	0	0.9176	2252	124.01	124.02	0	0.9176
2196	120.61	120.66	0	0.9176	2253	124.02	124.19	0	0.9176
2197	120.66	120.68	0	0.9176	2254	124.19	124.21	0	0.9176
2198	120.68	120.73	0	0.9176	2255	124.21	124.22	0	0.9176
2199	120.73	120.77	0	0.9176	2256	124.22	124.25	0	0.9176
2200	120.77	121.05	0	0.9176	2257	124.25	124.3	0	0.9176
2201	121.05	121.18	0	0.9176	2258	124.3	124.42	0	0.9176
2202	121.18	121.22	0	0.9176	2259	124.42	124.45	0	0.9176
2203	121.22	121.23	0	0.9176	2260	124.45	124.46	0.0824	1
2204	121.23	121.25	0	0.9176	2261	124.46	124.49	0	1
2205	121.25	121.28	0	0.9176	2262	124.49	124.55	0	1
2206	121.28	121.33	0	0.9176	2263	124.55	124.56	0	1
2207	121.33	121.36	0	0.9176	2264	124.56	124.62	0	1
2208	121.36	121.37	0	0.9176	2265	124.62	124.74	0	1
2209	121.37	121.57	0	0.9176	2266	124.74	125	0	1
2210	121.57	121.59	0	0.9176	2267	125	999	0	1
2211	121.59	121.63	0	0.9176	;				

\*Arxiu complet en el CD

# Annex B

---





## **ÍNDEX ANNEX B:**

B1 Exemple 1 .....	111
B1.1 Arxiu de dades: Example1.txt.....	111
B2 Exemple 2A.....	111
B2.1 Arxiu de dades: Example2_t1.txt .....	112
B2.2 Arxiu de dades: Example2A_t2.txt .....	112
B3 Exemple 2B.....	112
B3.1 Arxiu de dades: Example2B_t2.txt .....	113
B4 Gràfic de les Corbes exponencials.....	113
B5 Dades simulades.....	114
B6 Modificació de les dades simulades.....	115



## ANNEX B – Codi amb R

### B1 Exemple 1

```
library(splines)
library(survival)
library(Icens)
A<-read.table("C:\\Users\\Desktop\\Example1.txt",header=T)
A$right[is.na(A$right)] <- 999
A[,1:2]<-A[order(A[,1],A[,2]),1:2]
MLEintvl<-MLEintvl(A)
EMICMest<-EMICM(A)
EMest<-EM(A)
Resum<-cbind(MLEintvl,EMICM=round(EMICMest$pf,4),EM=round(EMest$pf,4))
plot(EMICMest,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,30),xlab="Temps",ylab="Probabilitat",new=T)
```

#### B1.1 Arxiu de dades: Example1.txt

left	right
0	7
4	11
8	8
17	NA
11	15
8	12
11	18
7	16
18	23
5	8
2	6
6	13
4	14
18	18
4	4

### B2 Exemple 2A

```
library(splines)
library(survival)
library(Icens)
A<-read.table("C:\\Users\\Desktop\\Example2t1.txt",header=T)
A$right[is.na(A$right)] <- 999
MLEintvl<-MLEintvl(A)
A[,1:2]<-A[order(A[,1],A[,2]),1:2]
MLEintvlA<-MLEintvl(A)
EMICMestA<-EMICM(A)
EMestA<-EM(A)
ResumA<-cbind(MLEintvlA,EMICM=round(EMICMestA$pf,4),ACC=round(EMICMestA$sigma,4))
ResumA

B<-read.table("C:\\Users\\Desktop\\Example2t2A.txt",header=T)
B$right[is.na(B$right)] <- 999
MLEintvlB<-MLEintvl(B)
B[,1:2]<-B[order(B[,1],B[,2]),1:2]
MLEintvlB<-MLEintvl(B)
EMICMestB<-EMICM(B)
EMestB<-EM(B)
ResumB<-cbind(MLEintvlB,EMICM=round(EMICMestB$pf,4),ACC=round(EMICMestB$sigma,4))
ResumB

## Graph survival functions

win.graph()
colours<-1:2
```

```
EMICMestA<-EMICM(A)
EMICMestB<-EMICM(B)
plot(EMICMestA,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,35),xlab="Temps",ylab="Probabilitat",new=T,lty=colours[1])
plot(EMICMestB,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,35),lty=colours[2], new=F)
text<-c("Gravetat 1","Gravetat 2")
legend(32,1,text,lty=colours)
```

### B2.1 Arxiu de dades: Example2\_t1.txt

left	right
0	2.20
0	8.80
0	18.18
0	24.24
0	28.28
0	6.60
0	10.10
0	14.14
0	20.20
0	26.26
4.40	999
12.12	999
16.16	999
22.22	999
30.30	999

### B2.2 Arxiu de dades: Example2A\_t2.txt

left	right
0	2.20
0	8.80
0	18.18
0	24.24
0	28.28
6.60	999
10.10	999
14.14	999
20.20	999
26.26	999
4.40	999
12.12	999
16.16	999
22.22	999
30.30	999

### B3 Exemple 2B

```
library(splines)
library(survival)
library(Icens)
A<-read.table("C:\\Users\\Desktop\\Example2t1.txt",header=T)
A$right[is.na(A$right)] <- 999
MLEintvl<-MLEintvl(A)
A[,1:2]<-A[order(A[,1],A[,2]),1:2]
MLEintvlA<-MLEintvl(A)
EMICMestA<-EMICM(A)
EMestA<-EM(A)
ResumA<-cbind(MLEintvlA,EMICM=round(EMICMestA$pf,4),ACC=round(EMICMestA$sigma,4))
ResumA

C<-read.table("C:\\Users\\Desktop\\Example3t2B.txt",header=T)
C$right[is.na(C$right)] <- 999
MLEintvlC<-MLEintvl(C)
C[,1:2]<-C[order(C[,1],C[,2]),1:2]
```

```
MLEintvlC<-MLEintvl(C)
EMICMestC<-EMICM(C)
EMestC<-EM(C)
ResumC<-cbind(MLEintvlC,EMICM=round(EMICMestC$pf,4),ACC=round(EMICMestC$sigma,4))
ResumC

## Graph survival functions

win.graph()
colours<-1:2

EMICMestA<-EMICM(A)
EMICMestC<-EMICM(C)
plot(EMICMestA,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,35),xlab="Temps",ylab="Probabilitat",new=T,lty=colours[2])
plot(EMICMestC,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,35),lty=colours[2],new=F)
text<-c("Gravetat 1","Gravetat 2")
legend(32,1,text,lty=colours)
```

### B3.1 Arxiu de dades: Example2B\_t2.txt

left	right
0	2.20
0	8.80
18.18	18.18
0	24.24
0	28.28
6.60	999
10.10	999
14.14	14.14
20.20	20.20
26.26	999
4.40	999
12.12	12.12
16.16	16.16
22.22	999
30.30	999

### B4 Gràfic de les Corbes exponencials

```
set.seed(157)
xmax<-125
x<-seq(0,xmax,1)
betas<-c(40,60,70)
colours<-1:length(betas)

win.graph()

y<-1-pexp(x,1/betas[1])
plot(x,y,type="l",lty=1,col=colours[1])
for (i in 2:length(betas)){
y<-1-pexp(x,1/betas[i])
points(x,y,type="l",xlab="Vida útil(anys)",ylab="Probabilitat",
lty=1,col=colours[i])
}

text<-paste("beta =",betas)
legend(110,1,text,lty=1,col=colours)
```

## B5 Dades simulades

```
#####
## ALGORITHM FOR TURNBULL INTERVALS AND THE CORRESPONDING PROBABILITIES FAILED ##
#####

## LOAD LIBRARIES AND CONSTANT VARIABLE DECLARATIONS ##

library(splines)
library(survival)
library(Icens)
set.seed(157)
betas<-c(40,20,10)
obs<-2500
pos<-length(betas)

## CREATION OF RANDOM TIME (EXPONENTIALS (CENSURING TIMES) AND UNIFORMS (INSPECTION
TIME)) ##

truetimes<-matrix(nrow=obs,ncol=pos,byrow=F)
colnames(truetimes)<-c("true_t1","true_t2","true_t3")
truetimes[,1]<-round(rexp(obs,1/betas[1]),2)
for (i in 2:pos)
{
  truetimes[,i]<-truetimes[,i-1]+round(rexp(obs,1/betas[i]),2)
}
t_insp<-round(runif(obs,0,125),2)
times<-cbind(truetimes,t_insp)

## CENSORED INTERVALS FOR EACH INDIVIDUAL DEPENDING ON THE TIME OF FAILURE RESPECT
THE TIME OF INSPECTION ##

censored_times<-matrix(nrow=obs,ncol=pos*2)
colnames(censored_times)<-
c("left_t1","right_t1","left_t2","right_t2","left_t3","right_t3")
p<-1
j<-1
while(j<=(2*pos))
{
  for(i in 1:obs)
  {
    censored_times[i,j]<-ifelse(j%%2!=0,ifelse(truetimes[i,p]<t_insp[i],0,
t_insp[i]),ifelse(truetimes[i,p]<t_insp[i],t_insp[i],
ifelse(truetimes[i,p]>t_insp[i],999, t_insp[i])))
  }
  p<-ifelse(j%%2!=0,p,p+1)
  j<-j+1
}
censored_times

## SORTING FROM LOWEST TO HIGHEST CENSORED TIMES IN PAIRS:
## SORTING RESPECT THE LEFT ENDPOINT (COLUMN ODD), AND IF THAT IS EQUAL, RESPECT
THE RIGHT ENDPOINT (COLUMN TWO) ##

ord_censored_times<-matrix(nrow=obs,ncol=2*pos)
colnames(ord_censored_times)<-
c("left_t1","right_t1","left_t2","right_t2","left_t3","right_t3")
for(k in 1:pos)
{
  p<-2*k-1
  ord_censored_times[,p:(p+1)]<-censored_times[order(censored_times[,p],
censored_times[,p+1]),p:(p+1)]
}
ord_censored_times
```

```
## TURNBULL INTERVALS and FAILURE PROBABILITIES ##

list_TBintvls<-NULL
list_EMICMest<-NULL
list_EMest<-NULL
list_Int_Turnbull<-NULL
for(k in 1:pos)
{
  p<-2*k-1
  tc<-cbind(ord_censored_times[,p],ord_censored_times[,p+1])
  TBintvls<-MLEintvl(tc)
  list_TBintvls<-list(list_TBintvls,TBintvls)
  EMICMest<-EMICM(tc)
  list_EMICMest<-list(list_EMICMest,EMICMest)
  Int_Turnbull<-
cbind(TBintvls,EMICM=round(EMICMest$pf,4),CUM=round(EMICMest$sigma,4))
  list_Int_Turnbull<-list(list_Int_Turnbull,Int_Turnbull)
}
list_TBintvls
list_EMICMest
list_Int_Turnbull

## REPRESENTATION FAILURE PROBABILTIES ##

win.graph()
colours<-1:length(betas)
beta<-c(betas[1],betas[1]+betas[2],betas[1]+betas[2]+betas[3])

EMICMest<-EMICM(cbind(ord_censored_times[,1],ord_censored_times[,2]))
plot(EMICMest,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,125),xlab="Times",ylab="failure
probability",new=T,lty=colours[1])
for (k in 2:pos)
{
  p<-2*k-1
  EMICMest<-EMICM(cbind(ord_censored_times[,p],ord_censored_times[,p+1]))
  x<-length(EMICMest$sigma)
  plot(EMICMest,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,125),lty=k, new=F)
}
text<-paste("beta =",beta)
legend(110,1,text,lty=colours)
```

## B6 Modificació de les dades simulades.

```
#####
## ALGORITHM FOR TURNBULL INTERVALS AND THE CORRESPONDING PROBABILITIES FAILED ##
#####

## LOAD LIBRARIES AND CONSTANT VARIABLE DECLARATIONS ##

library(splines)
library(survival)
library(Icens)
set.seed(157)
betas<-c(40,20,10)
obs<-2500
pos<-length(betas)

## CREATION OF RANDOM TIME (EXPONENTIALS (CENSURING TIMES) AND UNIFORMS (INSPECTION
TIME)) ##
```

```

truetimes<-matrix(nrow=obs,ncol=pos,byrow=F)
colnames(truetimes)<-c("true_t1","true_t2","true_t3")
truetimes[,1]<-round(rexp(obs,1/betas[1]),2)
for (i in 2:pos)
{
  truetimes[,i]<-truetimes[,i-1]+round(rexp(obs,1/betas[i]),2)
}
t_insp<-round(runif(obs,0,125),2)

## MODIFICATION OF TIME FAILURE OF CERTAIN INDIVIDUALS TO GUARANTEE AN INTERSECTION
BETWEEN CURVES ##

truetimes[(t_insp>=65 & t_insp<=80) & (truetimes[,2]>t_insp),2]<-t_insp[(t_insp>=65
& t_insp<=80) & (truetimes[,2]>t_insp)]
times<-cbind(truetimes,t_insp)

## CENSORED INTERVALS FOR EACH INDIVIDUAL DEPENDING ON THE TIME OF FAILURE RESPECT
THE TIME OF INSPECTION ##

censored_times<-matrix(nrow=obs,ncol=pos*2)
colnames(censored_times)<-
c("left_t1","right_t1","left_t2","right_t2","left_t3","right_t3")
p<-1
j<-1
while(j<=(2*pos))
{
  for(i in 1:obs)
  {
    censored_times[i,j]<-ifelse(j%2!=0,ifelse(truetimes[i,p]<t_insp[i],0,
      t_insp[i]),ifelse(truetimes[i,p]<t_insp[i],t_insp[i],
        ifelse(truetimes[i,p]>t_insp[i],999, t_insp[i])))
  }
  p<-ifelse(j%2!=0,p,p+1)
  j<-j+1
}
censored_times

## SORTING FROM LOWEST TO HIGHEST CENSORED TIMES IN PAIRS:
## SORTING RESPECT THE LEFT ENDPOINT (COLUMN ODD), AND IF THAT IS EQUAL, RESPECT
THE RIGHT ENDPOINT (COLUMN TWO) ##

ord_censored_times<-matrix(nrow=obs,ncol=2*pos)
colnames(ord_censored_times)<-
c("left_t1","right_t1","left_t2","right_t2","left_t3","right_t3")
for(k in 1:pos)
{
  p<-2*k-1
  ord_censored_times[,p:(p+1)]<-censored_times[order(censored_times[,p],
    censored_times[,p+1]),p:(p+1)]
}
ord_censored_times

## TURNBULL INTERVALS and FAILURE PROBABILITIES ##

list_TBintvls<-NULL
list_EMICMest<-NULL

```



```

list_EMest<-NULL
list_Int_Turnbull<-NULL
for(k in 1:pos)
{
  p<-2*k-1
  tc<-cbind(ord_censored_times[,p],ord_censored_times[,p+1])
  TBintvls<-MLEintvl(tc)
  list_TBintvls<-list(list_TBintvls,TBintvls)
  EMICMest<-EMICM(tc)
  list_EMICMest<-list(list_EMICMest,EMICMest)
  Int_Turnbull<-
cbind(TBintvls,EMICM=round(EMICMest$pf,4),CUM=round(EMICMest$sigma,4))
  list_Int_Turnbull<-list(list_Int_Turnbull,Int_Turnbull)
}
list_TBintvls
list_EMICMest
list_Int_Turnbull

## REPRESENTATION FAILURE PROBABILITIES ##

win.graph()
colours<-1:length(betas)
beta<-c(betas[1],betas[1]+betas[2],betas[1]+betas[2]+betas[3])

EMICMest<-EMICM(cbind(ord_censored_times[,1],ord_censored_times[,2]))
plot(EMICMest,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,125),xlab="Times",ylab="failure
probability",new=T,lty=colours[1])
for (k in 2:pos)
{
  p<-2*k-1
  EMICMest<-EMICM(cbind(ord_censored_times[,p],ord_censored_times[,p+1]))
  x<-length(EMICMest$sigma)
  plot(EMICMest,type="eq",surv=TRUE,xlim=c(0,125),lty=k, new=F)
}
text<-paste("beta =",beta)
legend(110,1,text,lty=colours)

```



# Annex C

---



## ÍNDEX ANNEX C:

C1 The Model File : El mètode TEA (Turnbull Estimator in AMPL).....	123
C2 The Data File.....	126
C2.1 Example1.txt.....	126
C2.2 Example2_t1.txt .....	126
C2.3 Example2A_t2.txt.....	127
C2.4 Example2B_t2.txt.....	127
C2.5 The Data File per a time_1 per l'Escenari I.....	128
C2.6 The Data File per a time_2 per l'Escenari I.....	129
C2.7 The Data File per a time_2 per l'Escenari II.....	130
C2.8 The Data File per a time_3 per l'Escenari I.....	131
C2.9 The Data File per a time_3 per l'Escenari II.....	132
C3 The Run File.....	133





```

        else (-Infinity)
    )
)
else
(
    if (exists {p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-2] and nel[p]<tr0[k-1]))
    then tr0[k-1]      #it is a NE_R. The next is an E bigger.
    else
    (
        if (exists {t in 1..ME} (e[t]>tr0[k-1])) then
        (
            #the next is a NE_R or an E bigger
            if (exists {q in 1..MR, p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and
                nel[p]<ner[q] and ner[q]<=(min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])))
            then (min{q in 1..MR, p in 1..ML : nel[p]>=tr0[k-1] and
                nel[p]<ner[q] and ner[q]<=(min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])}ner[q])
            else (min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])
        )
        else      #the next is a NE_R
        (
            if (exists {q in 1..MR, p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and ner[q]>nel[p]))
            then(min{q in 1..MR,p in 1..ML:nel[p]>=tr0[k-1] and ner[q]>nel[p]} ner[q])
            else (-Infinity)
        )
    )
)
)
else      #it is a NE_R
(
    if (exists {t in 1..ME} (e[t]>tr0[k-1])) then
    (
        #the next is a NE_R or an E bigger
        if (exists {q in 1..MR, p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<ner[q]
            and ner[q]<=(min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])))
        then (min{q in 1..MR, p in 1..ML : nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<ner[q] and
            ner[q]<=(min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])} ner[q])
        else (min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])
    )
    else      #the next is a NE_R
    (
        if (exists {q in 1..MR, p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and ner[q]>nel[p]))
        then (min{q in 1..MR, p in 1..ML : nel[p]>=tr0[k-1] and
            ner[q]>nel[p]}ner[q])
        else (-Infinity)
    )
)
)
else      #it is an E
(
    # the next is a NE_R or an E bigger
    if (exists {t in 1..ME} (e[t]>tr0[k-1])) then
    (
        if (exists {q in 1..MR, p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<ner[q] and
            ner[q]<=(min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])))
        then (min{q in 1..MR, p in 1..ML : nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<ner[q] and
            ner[q]<=(min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])} ner[q])
        else (min{t in 1..ME : e[t]>tr0[k-1]}e[t])
    )
    else      #the next is a NE_R
    (
        if (exists {q in 1..MR, p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and ner[q]>nel[p]))
        then (min{q in 1..MR, p in 1..ML : nel[p]>=tr0[k-1] and ner[q]>nel[p]} ner[q])
        else (-Infinity)
    )
)
)
else (-Infinity)
));

```



```

param M := count{k in 1..NI : tr0[k]<>-Infinity} (tr0[k]);
param tr {k in 1..M} := tr0[k];

## LEFT ENDPOINTS OF TURNBULL INTERVALS ##

param tl {k in 1..M} :=
if (tr0[k] in NE_R) then
(
  if ( tr0[k] in E) then
  (
    if (tr0[k]=tr0[k-1]) then tr0[k]      #the next is an E
    else
    (
      #It is a NE_R or a E
      if (exists {p in 1..ML} (nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<tr0[k]))      #it is a NE_R
      then (max{p in 1..ML: nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<tr0[k]}nel[p])
      else tr0[k]      #it is an E
    )
  )
  #It is a NE_R
  else (max{p in 1..ML : nel[p]>=tr0[k-1] and nel[p]<tr0[k]}nel[p])
)
else tr0[k];      # it is an E

#####
## CONTRIBUTIONS OF INITIAL INTERVALS IN TURNBULL INTERVALS ##
#####

param gamma{i in 1..N, j in 1..M} :=
if (zl[i]<>zr[i]) then
(
  if (tl[j]=tr[j]) then
  (
    if (tl[j]>zl[i] and tr[j]<zr[i]) then 1
  )
  else
  (
    if (tl[j]>=zl[i] and tr[j]<=zr[i]) then 1
  )
)
else
(
  if (tl[j]=zl[i] and tr[j]=zr[i]) then 1
);

#####
## VARIABLES, OBJECTIVE FUNCTION and CONSTRAINTS ##
#####

param sum_ome;
param num_run;

## VARIABLES ##
var w{j in 1..M} >= 0;

## OBJECTIVE FUNCTION ##
maximize logLikelihood: sum{i in 1..N}log(sum{j in 1..M}gamma[i,j]*w[j]);

## CONSTRAINTS ##
subject to sum_w: sum {j in 1..M} w[j]=1;

```

```
#####
## PREPARATION TO OUTPUT OF RESULTS ##
#####

param ww {j in 1..M};
param omega {j in 1..M} := round(ww[j],4);           #failure probabilities
param beta {j in 1..M} := round(sum{k in 1..j}ww[k],4); #cumulative probabilities

#matrix with Turnbull intervals, the failure probabilities and the cumulative
#probabilities
param INTERVALS{j in 1..M, k in 1..4} :=
if (k=1) then t1[j]
else
(
  if (k=2) then tr[j]
  else
  (
    if (k=3) then omega[j]
    else beta[j]
  )
);
```

## C2 The Data File

### C2.1 Example1.txt

```
param N:=15;

param datmat:
      1      2:=
1      0      7
2      4      11
3      8      8
4      17     999
5      11     15
6      8      12
7      11     18
8      7      16
9      18     23
10     5      8
11     2      6
12     6      13
13     4      14
14     18     18
15     4      4;
```

### C2.2 Example2\_t1.txt

```
param N := 15;

param datmat:
      1      2:=
1      0      2.20
2      0      8.80
3      0      18.18
4      0      24.24
5      0      28.28
6      0      6.60
7      0      10.10
8      0      14.14
9      0      20.20
10     0      26.26
11     4.40    999
12     12.12   999
13     16.16   999
```

```
14    22.22 999
15    30.30 999;
```

### C2.3 Example2A\_t2.txt

```
param N := 15;

param datmat:
      1      2:=
1     0      2.20
2     0      8.80
3     0      18.18
4     0      24.24
5     0      28.28
6     6.60   999
7     10.10  999
8     14.14  999
9     20.20  999
10    26.26  999
11    4.40   999
12    12.12  999
13    16.16  999
14    22.22  999
15    30.30  999;
```

### C2.4 Example2B\_t2.txt

```
param N := 15;

param datmat:
      1      2:=
1     0      2.20
2     0      8.80
3     18.18   18.18
4     0      24.24
5     0      28.28
6     6.60   999
7     10.10  999
8     14.14   14.14
9     20.20   20.20
10    26.26  999
11    4.40   999
12    12.12   12.12
13    16.16   16.16
14    22.22  999
15    30.30  999;
```

**C2.5 The Data File per a time\_1 per l'Escenari I**

param N:=2500;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2445	0.00	91.16
2	31.19	999.00	1252	0.00	77.94	2446	76.49	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2447	60.59	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2448	0.00	106.43
5	0.00	27.49	1255	0.00	56.82	2449	14.68	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2450	0.00	92.71
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2451	0.00	67.51
8	0.00	56.80	1258	0.00	57.74	2452	13.45	999.00
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2453	0.00	123.39
10	0.00	54.26	1260	0.00	117.75	2454	0.00	122.68
11	0.00	123.24	1261	0.00	44.39	2455	77.70	999.00
12	0.00	116.31	1262	0.00	19.50	2456	0.00	121.36
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2457	0.00	106.94
14	0.00	43.95	1264	0.00	67.22	2458	3.18	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2459	0.00	114.11
16	0.00	31.77	1266	0.00	94.87	2460	0.00	13.13
17	0.00	60.98	1267	0.00	36.42	2461	0.00	68.66
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2462	0.00	51.32
19	0.00	25.07	1269	71.91	999.00	2463	0.00	111.55
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2464	34.28	999.00
21	0.00	115.04	1271	0.00	22.98	2465	58.61	999.00
22	0.00	65.69	1272	0.00	69.91	2466	1.69	999.00
23	117.47	999.00	1273	36.85	999.00	2467	0.00	111.17
24	0.00	34.34	1274	0.00	77.55	2468	0.00	55.29
25	5.99	999.00	1275	0.00	109.71	2469	42.00	999.00
26	0.00	117.36	1276	0.00	93.64	2470	0.00	78.55
27	0.00	63.77	1277	0.00	63.01	2471	0.00	26.40
28	0.00	35.64	1278	0.00	48.31	2472	6.86	999.00
29	34.24	999.00	1279	72.37	999.00	2473	68.23	999.00
30	0.00	34.75	1280	0.00	72.60	2474	0.00	87.34
31	0.00	50.15	1281	0.00	111.98	2475	35.20	999.00
32	0.00	8.51	1282	0.59	999.00	2476	0.00	106.84
33	0.00	118.67	1283	0.00	4.48	2477	22.46	999.00
34	0.00	102.90	1284	0.81	999.00	2478	0.00	107.56
35	0.00	44.84	1285	0.00	77.22	2479	1.49	999.00
36	64.72	999.00	1286	0.00	101.18	2480	0.00	35.71
37	0.91	999.00	1287	10.12	999.00	2481	3.49	999.00
38	23.62	999.00	1288	0.00	108.10	2482	0.00	122.39
39	0.00	109.31	1289	23.40	999.00	2483	0.00	98.88
40	0.00	86.66	1290	29.89	999.00	2484	0.00	47.08
.	.	.	.	.	.	2485	25.07	999.00
.	.	.	.	.	.	2486	0.00	46.53
.	.	.	.	.	.	2487	0.00	83.42
.	.	.	.	.	.	2488	0.00	119.96
.	.	.	.	.	.	2489	6.41	999.00
.	.	.	.	.	.	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	0.00	31.11
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	0.00	37.94
.	.	.	.	.	.	2494	0.00	32.61
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	0.00	59.36;

\*Arxiu complet en el CD

## C2.6 The Data File per a time\_2 per l'Escenari I

param N:=2500;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2445	0.00	91.16
2	31.19	999.00	1252	0.00	77.94	2446	76.49	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2447	60.59	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2448	0.00	106.43
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2449	14.68	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2450	0.00	92.71
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2451	67.51	999.00
8	0.00	56.80	1258	0.00	57.74	2452	13.45	999.00
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2453	0.00	123.39
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2454	0.00	122.68
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2455	77.70	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2456	0.00	121.36
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2457	0.00	106.94
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2458	3.18	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2459	0.00	114.11
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2460	0.00	13.13
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2461	0.00	68.66
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2462	0.00	51.32
19	0.00	25.07	1269	71.91	999.00	2463	0.00	111.55
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2464	34.28	999.00
21	0.00	115.04	1271	0.00	22.98	2465	58.61	999.00
22	0.00	65.69	1272	0.00	69.91	2466	1.69	999.00
23	117.47	999.00	1273	36.85	999.00	2467	0.00	111.17
24	0.00	34.34	1274	0.00	77.55	2468	55.29	999.00
25	5.99	999.00	1275	0.00	109.71	2469	42.00	999.00
26	0.00	117.36	1276	0.00	93.64	2470	0.00	78.55
27	63.77	999.00	1277	0.00	63.01	2471	26.40	999.00
28	0.00	35.64	1278	48.31	999.00	2472	6.86	999.00
29	34.24	999.00	1279	72.37	999.00	2473	68.23	999.00
30	34.75	999.00	1280	72.60	999.00	2474	0.00	87.34
31	0.00	50.15	1281	0.00	111.98	2475	35.20	999.00
32	8.51	999.00	1282	0.59	999.00	2476	0.00	106.84
33	118.67	999.00	1283	4.48	999.00	2477	22.46	999.00
34	0.00	102.90	1284	0.81	999.00	2478	0.00	107.56
35	0.00	44.84	1285	0.00	77.22	2479	1.49	999.00
36	64.72	999.00	1286	0.00	101.18	2480	0.00	35.71
37	0.91	999.00	1287	10.12	999.00	2481	3.49	999.00
38	23.62	999.00	1288	0.00	108.10	2482	0.00	122.39
39	109.31	999.00	1289	23.40	999.00	2483	0.00	98.88
40	0.00	86.66	1290	29.89	999.00	2484	0.00	47.08
.	.	.	.	.	.	2485	25.07	999.00
.	.	.	.	.	.	2486	0.00	46.53
.	.	.	.	.	.	2487	0.00	83.42
.	.	.	.	.	.	2488	0.00	119.96
.	.	.	.	.	.	2489	6.41	999.00
.	.	.	.	.	.	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

\*Arxiu complet en el CD

**C2.7 The Data File per a time\_2 per l'Escenari II**

param N:=2500;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2445	0.00	91.16
2	31.19	999.00	1252	0.00	77.94	2446	76.49	76.49
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2447	60.59	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2448	0.00	106.43
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2449	14.68	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2450	0.00	92.71
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2451	67.51	67.51
8	0.00	56.80	1258	0.00	57.74	2452	13.45	999.00
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2453	0.00	123.39
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2454	0.00	122.68
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2455	77.70	77.70
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2456	0.00	121.36
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2457	0.00	106.94
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2458	3.18	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2459	0.00	114.11
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2460	0.00	13.13
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2461	0.00	68.66
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2462	0.00	51.32
19	0.00	25.07	1269	71.91	71.91	2463	0.00	111.55
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2464	34.28	999.00
21	0.00	115.04	1271	0.00	22.98	2465	58.61	999.00
22	0.00	65.69	1272	0.00	69.91	2466	1.69	999.00
23	117.47	999.00	1273	36.85	999.00	2467	0.00	111.17
24	0.00	34.34	1274	0.00	77.55	2468	55.29	999.00
25	5.99	999.00	1275	0.00	109.71	2469	42.00	999.00
26	0.00	117.36	1276	0.00	93.64	2470	0.00	78.55
27	63.77	999.00	1277	0.00	63.01	2471	26.40	999.00
28	0.00	35.64	1278	48.31	999.00	2472	6.86	999.00
29	34.24	999.00	1279	72.37	72.37	2473	68.23	68.23
30	34.75	999.00	1280	72.60	72.60	2474	0.00	87.34
31	0.00	50.15	1281	0.00	111.98	2475	35.20	999.00
32	8.51	999.00	1282	0.59	999.00	2476	0.00	106.84
33	118.67	999.00	1283	4.48	999.00	2477	22.46	999.00
34	0.00	102.90	1284	0.81	999.00	2478	0.00	107.56
35	0.00	44.84	1285	0.00	77.22	2479	1.49	999.00
36	64.72	999.00	1286	0.00	101.18	2480	0.00	35.71
37	0.91	999.00	1287	10.12	999.00	2481	3.49	999.00
38	23.62	999.00	1288	0.00	108.10	2482	0.00	122.39
39	109.31	999.00	1289	23.40	999.00	2483	0.00	98.88
40	0.00	86.66	1290	29.89	999.00	2484	0.00	47.08
.	.	.	.	.	.	2485	25.07	999.00
.	.	.	.	.	.	2486	0.00	46.53
.	.	.	.	.	.	2487	0.00	83.42
.	.	.	.	.	.	2488	0.00	119.96
.	.	.	.	.	.	2489	6.41	999.00
.	.	.	.	.	.	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

\*Arxiu complet en el CD

## C2.8 The Data File per a time\_3 per l'Escenari I

param N := 2500;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2445	0.00	91.16
2	31.19	999.00	1252	77.94	999.00	2446	76.49	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2447	60.59	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2448	106.43	999.00
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2449	14.68	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2450	0.00	92.71
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2451	67.51	999.00
8	0.00	56.80	1258	57.74	999.00	2452	13.45	999.00
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2453	0.00	123.39
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2454	0.00	122.68
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2455	77.70	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2456	0.00	121.36
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2457	0.00	106.94
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2458	3.18	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2459	0.00	114.11
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2460	0.00	13.13
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2461	0.00	68.66
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2462	0.00	51.32
19	25.07	999.00	1269	71.91	999.00	2463	0.00	111.55
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2464	34.28	999.00
21	0.00	115.04	1271	22.98	999.00	2465	58.61	999.00
22	0.00	65.69	1272	0.00	69.91	2466	1.69	999.00
23	117.47	999.00	1273	36.85	999.00	2467	0.00	111.17
24	0.00	34.34	1274	0.00	77.55	2468	55.29	999.00
25	5.99	999.00	1275	0.00	109.71	2469	42.00	999.00
26	0.00	117.36	1276	0.00	93.64	2470	0.00	78.55
27	63.77	999.00	1277	0.00	63.01	2471	26.40	999.00
28	0.00	35.64	1278	48.31	999.00	2472	6.86	999.00
29	34.24	999.00	1279	72.37	999.00	2473	68.23	999.00
30	34.75	999.00	1280	72.60	999.00	2474	0.00	87.34
31	0.00	50.15	1281	0.00	111.98	2475	35.20	999.00
32	8.51	999.00	1282	0.59	999.00	2476	0.00	106.84
33	118.67	999.00	1283	4.48	999.00	2477	22.46	999.00
34	0.00	102.90	1284	0.81	999.00	2478	0.00	107.56
35	44.84	999.00	1285	77.22	999.00	2479	1.49	999.00
36	64.72	999.00	1286	0.00	101.18	2480	0.00	35.71
37	0.91	999.00	1287	10.12	999.00	2481	3.49	999.00
38	23.62	999.00	1288	0.00	108.10	2482	0.00	122.39
39	109.31	999.00	1289	23.40	999.00	2483	0.00	98.88
40	0.00	86.66	1290	29.89	999.00	2484	47.08	999.00
.	.	.	.	.	.	2485	25.07	999.00
.	.	.	.	.	.	2486	0.00	46.53
.	.	.	.	.	.	2487	0.00	83.42
.	.	.	.	.	.	2488	0.00	119.96
.	.	.	.	.	.	2489	6.41	999.00
.	.	.	.	.	.	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

\*Arxiu complet en el CD

**C2.9 The Data File per a time\_3 per l'Escenari II**

param N:=2500;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2445	0.00	91.16
2	31.19	999.00	1252	77.94	999.00	2446	76.49	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2447	60.59	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2448	106.43	999.00
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2449	14.68	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2450	0.00	92.71
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2451	67.51	999.00
8	0.00	56.80	1258	57.74	999.00	2452	13.45	999.00
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2453	0.00	123.39
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2454	0.00	122.68
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2455	77.70	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2456	0.00	121.36
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2457	0.00	106.94
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2458	3.18	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2459	0.00	114.11
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2460	0.00	13.13
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2461	0.00	68.66
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2462	0.00	51.32
19	25.07	999.00	1269	71.91	999.00	2463	0.00	111.55
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2464	34.28	999.00
21	0.00	115.04	1271	22.98	999.00	2465	58.61	999.00
22	0.00	65.69	1272	0.00	69.91	2466	1.69	999.00
23	117.47	999.00	1273	36.85	999.00	2467	0.00	111.17
24	0.00	34.34	1274	0.00	77.55	2468	55.29	999.00
25	5.99	999.00	1275	0.00	109.71	2469	42.00	999.00
26	0.00	117.36	1276	0.00	93.64	2470	0.00	78.55
27	63.77	999.00	1277	0.00	63.01	2471	26.40	999.00
28	0.00	35.64	1278	48.31	999.00	2472	6.86	999.00
29	34.24	999.00	1279	72.37	999.00	2473	68.23	999.00
30	34.75	999.00	1280	72.60	999.00	2474	0.00	87.34
31	0.00	50.15	1281	0.00	111.98	2475	35.20	999.00
32	8.51	999.00	1282	0.59	999.00	2476	0.00	106.84
33	118.67	999.00	1283	4.48	999.00	2477	22.46	999.00
34	0.00	102.90	1284	0.81	999.00	2478	0.00	107.56
35	44.84	999.00	1285	77.22	999.00	2479	1.49	999.00
36	64.72	999.00	1286	0.00	101.18	2480	0.00	35.71
37	0.91	999.00	1287	10.12	999.00	2481	3.49	999.00
38	23.62	999.00	1288	0.00	108.10	2482	0.00	122.39
39	109.31	999.00	1289	23.40	999.00	2483	0.00	98.88
40	0.00	86.66	1290	29.89	999.00	2484	47.08	999.00
.	.	.	.	.	.	2485	25.07	999.00
.	.	.	.	.	.	2486	0.00	46.53
.	.	.	.	.	.	2487	0.00	83.42
.	.	.	.	.	.	2488	0.00	119.96
.	.	.	.	.	.	2489	6.41	999.00
.	.	.	.	.	.	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

\*Arxiu complet en el CD



### C3 The Run File

```
#####
## INVOKING MODEL AND DATE FILE ##
#####
reset;
model name_model_file.txt;          #UPDATE the code with the corrent filename
data name_data_file.txt;           #UPDATE the code with the corrent filename

#####
## CHOOSING SOLVER ##
#####
option solver snopt;

#####
## INITIATION OF MAXIMIZATION ##
#####

let num_run := 1;
repeat{
  let {j in 1..M} w[j] := Uniform(0,1);
  let sum_ome := sum{j in 1..M} w[j];
  let {j in 1..M} w[j] := w[j]/sum_ome;
  solve;
  if solve_result == 'solved' then break;
  let num_run := num_run+1;
  if num_run == 56 then break;
}

# pass variable w to parameter ww
let {i in 1..M} ww[i] := w[i];

#####
## OUTPUT DESIGN ##
#####

printf "\n\n The Turnbull intervals with the failure probabilities and the
cumulative probabilities are:\n\n";
display INTERVALS;
```

*\*NOTA: Per al ús via servidor NEOS i a través del solver SNOPT les parts "Invoking model and data file" i "choosing solver" no s'han d'incloure.*



## Annex D

---



## ÍNDIX ANNEX D:

D1 The Model File : L'algorithme TEAR (Turnbull Estimator in AMPL with restrictions) .....	139
D2 The Data File .....	141
D2.1 Example2B_t2.txt.....	141
D2.2 The Data File per a time_2 per l'Escenari I.....	142
D2.3 The Data File per a time_2 per l'Escenari II.....	143
D2.4 The Data File per a time_3 per l'Escenari I.....	144
D2.5 The Data File per a time_3 per l'Escenari II.....	145



**ANNEX D – Codis amb AMPL amb restriccions****D1 The Model File : L'algorisme TEAR (Turnbull Estimator in AMPL with restrictions)**

```
#####
## DEFINITION OF SETS and PARAMETERS ##
#####

param N;                                #number of observations
param datmat{1..N,1..2};                #data matrix

param zl{i in 1..N} := datmat[i,1];     #left endpoints
param zr{i in 1..N} := datmat[i,2];     #right endpoints

#Set of ends of exact observations
set E ordered := setof {i in 1..N: zl[i]=zr[i]} (zl[i]);
param ME := card(E);
param e {t in 1..ME} := member(t,E);

#Set of left endpoints of not exact observations
set NE_L ordered := setof {i in 1..N: zl[i]<>zr[i]} (zl[i]);
param ML := card(NE_L);
param nel {p in 1..ML} := member(p,NE_L);

#Set of right endpoints of not exact observations
set NE_R ordered := setof {i in 1..N: zl[i]<>zr[i]} (zr[i]);
param MR := card(NE_R);
param ner {q in 1..MR} := member(q,NE_R);

#####
## CALCULATION OF POSSIBLE INTERVALS ##
#####

param NI := 2*ME + ML + MR;              #maximum number of possibles intervals

#sort all ends points
param z{k in 0..NI} :=
if (k=0) then -1 else
(
  if (k=1) then 0 else
  (
    min(min{p in 1..ML : nel[p]>z[k-1]}nel[p],
      min{q in 1..MR : ner[q]>z[k-1]}ner[q],
      min{t in 1..ME : e[t]>=z[k-1] and e[t]>z[k-2]}e[t])
  )
);

param M := (count{k in 0..NI : z[k]<>Infinity} (z[k]))-1;

param ZL {j in 1..M} := z[j];           #left endpoints of possible intervals
param ZR {j in 1..M} := z[j+1];        #right endpoints of possible intervals

#####
## CONTRIBUTIONS OF INITIAL DATA INTERVALS IN POSSIBLE INTERVALS ##
#####

param gamma{i in 1..N, j in 1..M} :=
if (zl[i]<>zr[i]) then
(
  if (ZL[j]=ZR[j]) then
  (
    if (ZL[j]>zl[i] and ZR[j]<zr[i]) then 1
  )
  else
  (
    if (ZL[j]>=zl[i] and ZR[j]<=zr[i]) then 1
  )
)

```

```

    )
  )
else
  (
    if (ZL[j]=zl[i] and ZR[j]=zr[i]) then 1
  );

#####
## DEFINITION OF PARAMETERS OF THE PREVIOUS TIME ##
#####

param A;                                #number of intervals of the previous time
param datant{1..A,1..4};                #data matrix of the previous time

param ZL1{i in 1..A} := datant[i,1];    #left endpoints of the previous time
param ZR1{i in 1..A} := datant[i,2];    #right endpoints of the previous time
param w1{i in 1..A} := datant[i,3];     #failure probabilities
param b1{i in 1..A} := datant[i,4];     #cumulative failure probabilities

##cumulative failure probabilities for time 1 respect to intervals for time 2
param betal {j in 0..M} :=
  if (j=0) then 0 else
  (
    if (exists{k in 1..A} (ZL[j]=ZL1[k] and ZR[j]=ZR1[k]))
    then (min{k in 1..A : ZL[j]=ZL1[k] and ZR[j]=ZR1[k]}b1[k]) else betal[j-1]
  );

#####
## VARIABLES, OBJECTIVE FUNCTION and CONSTRAINTS ##
#####

param num_run;
param sum_ome;

## VARIABLES ##
var w {j in 1..M} >=0;
var beta2{j in 1..M} <= betal[j];

## OBJECTIVE FUNCTION ##
maximize logLikelihood1: sum{i in 1..N}log(sum{j in 1..M}gamma[i,j]*w[j]);

## CONSTRAINTS ##
subject to sum_w: sum {j in 1..M} w[j]=1;
subject to cum_w{j in 1..M}: beta2[j]=abs(sum{k in 1..j}w[k]);

#####
## PREPARATION TO OUTPUT OF RESULTS ##
#####

param ww{j in 1..M};
param omega {j in 1..M} := round(ww[j],4);    #failure probabilities
param beta{j in 1..M} := round(sum{u in 1..j}ww[u],4);    #cumulative probabilities

#matrix with Turnbull intervals, the failure probabilities and the cumulative
#probabilities
param INTERVALS {j in 1..M, k in 1..4} :=
  if (k=1) then ZL[j] else
  (
    if (k=2) then ZR[j] else
    (
      if (k=3)
      then omega[j]
      else beta[j] ));

```



## D2 The Data File

### D2.1 Example2B\_t2.txt

```

param N := 15;
param A := 6;

param datmat:
    1      2:=
1    0      2.20
2    0      8.80
3    18.18   18.18
4    0      24.24
5    0      28.28
6    6.60    999
7    10.10   999
8    14.14   14.14
9    20.20   20.20
10   26.26   999
11   4.40    999
12   12.12   12.12
13   16.16   16.16
14   22.22   999
15   30.30   999;

param datant:
    1      2      3      4:=
1    0      2.2    0.5    0.5
2    4.4    6.6    0.1667  0.6667
3    12.12   14.14   0      0.6667
4    16.16   18.18   0      0.6667
5    22.22   24.24   0.0833  0.75
6    30.3    999     0.25    1;

```

## D2.2 The Data File per a time\_2 per l'Escenari I

param N:=2500;  
param A:=358;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2471	26.40	999.00
2	31.19	999.00	1252	0.00	77.94	2472	6.86	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2473	68.23	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2474	0.00	87.34
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2475	35.20	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2476	0.00	106.84
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2477	22.46	999.00
8	0.00	56.80	1258	0.00	57.74	2478	0.00	107.56
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2479	1.49	999.00
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2480	0.00	35.71
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2481	3.49	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2482	0.00	122.39
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2483	0.00	98.88
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2484	0.00	47.08
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2485	25.07	999.00
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2486	0.00	46.53
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2487	0.00	83.42
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2488	0.00	119.96
19	0.00	25.07	1269	71.91	999.00	2489	6.41	999.00
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

param datant:

	1	2	3	4:=					
1	2.21	2.27	0.069	0.069	338	99.67	99.75	0.0241	0.95
2	2.29	2.33	0	0.069	339	101.6	101.61	0	0.95
3	3.34	3.43	0.0025	0.0714	340	102.24	102.29	0	0.95
4	3.87	3.99	0.0556	0.127	341	102.49	102.5	0.0015	0.9515
5	4.17	4.19	0	0.127	342	104.95	104.99	0	0.9515
6	4.2	4.25	0	0.127	343	106.33	106.43	0	0.9515
7	4.39	4.48	0	0.127	344	106.8	106.84	0	0.9515
8	5.7	5.71	0	0.127	345	108.49	108.6	0	0.9515
9	6.14	6.23	0	0.127	346	112.69	112.74	0	0.9515
10	6.53	6.61	0.0094	0.1364	347	113.77	113.84	0	0.9515
11	6.86	6.87	0	0.1364	348	115.47	115.6	0	0.9515
12	7.55	7.56	0	0.1364	349	117.22	117.29	0	0.9515
13	7.87	7.89	0	0.1364	350	117.3	117.31	0	0.9515
14	7.95	7.97	0	0.1364	351	117.47	117.6	0	0.9515
15	8.44	8.45	0.082	0.2184	352	118.15	118.17	0	0.9515
.	.	.	.	.	353	119.38	119.39	0	0.9515
.	.	.	.	.	354	119.54	119.55	0	0.9515
.	.	.	.	.	355	119.92	119.96	0.0128	0.9643
.	.	.	.	.	356	121.33	121.36	0.0006	0.9649
.	.	.	.	.	357	123.98	124	0	0.9649
.	.	.	.	.	358	124.45	124.46	0.0351	1;

\*Arxiu complet en el CD

## D2.3 The Data File per a time\_2 per l'Escenari II

param N:=2500;

param A:=358;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2471	26.40	999.00
2	31.19	999.00	1252	0.00	77.94	2472	6.86	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2473	68.23	68.23
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2474	0.00	87.34
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2475	35.20	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2476	0.00	106.84
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2477	22.46	999.00
8	0.00	56.80	1258	0.00	57.74	2478	0.00	107.56
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2479	1.49	999.00
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2480	0.00	35.71
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2481	3.49	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2482	0.00	122.39
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2483	0.00	98.88
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2484	0.00	47.08
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2485	25.07	999.00
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2486	0.00	46.53
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2487	0.00	83.42
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2488	0.00	119.96
19	0.00	25.07	1269	71.91	71.91	2489	6.41	999.00
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

param datant:

	1	2	3	4:=					
1	2.21	2.27	0.069	0.069	338	99.67	99.75	0.0241	0.95
2	2.29	2.33	0	0.069	339	101.6	101.61	0	0.95
3	3.34	3.43	0.0025	0.0714	340	102.24	102.29	0	0.95
4	3.87	3.99	0.0556	0.127	341	102.49	102.5	0.0015	0.9515
5	4.17	4.19	0	0.127	342	104.95	104.99	0	0.9515
6	4.2	4.25	0	0.127	343	106.33	106.43	0	0.9515
7	4.39	4.48	0	0.127	344	106.8	106.84	0	0.9515
8	5.7	5.71	0	0.127	345	108.49	108.6	0	0.9515
9	6.14	6.23	0	0.127	346	112.69	112.74	0	0.9515
10	6.53	6.61	0.0094	0.1364	347	113.77	113.84	0	0.9515
11	6.86	6.87	0	0.1364	348	115.47	115.6	0	0.9515
12	7.55	7.56	0	0.1364	349	117.22	117.29	0	0.9515
13	7.87	7.89	0	0.1364	350	117.3	117.31	0	0.9515
14	7.95	7.97	0	0.1364	351	117.47	117.6	0	0.9515
15	8.44	8.45	0.082	0.2184	352	118.15	118.17	0	0.9515
.	.	.	.	.	353	119.38	119.39	0	0.9515
.	.	.	.	.	354	119.54	119.55	0	0.9515
.	.	.	.	.	355	119.92	119.96	0.0128	0.9643
.	.	.	.	.	356	121.33	121.36	0.0006	0.9649
.	.	.	.	.	357	123.98	124	0	0.9649
.	.	.	.	.	358	124.45	124.46	0.0351	1;

\*Arxiu complet en el CD

**D2.4 The Data File per a time\_3 per l'Escenari I**

param N:=2500;  
param A:=2267;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2471	26.40	999.00
2	31.19	999.00	1252	77.94	999.00	2472	6.86	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2473	68.23	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2474	0.00	87.34
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2475	35.20	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2476	0.00	106.84
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2477	22.46	999.00
8	0.00	56.80	1258	57.74	999.00	2478	0.00	107.56
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2479	1.49	999.00
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2480	0.00	35.71
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2481	3.49	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2482	0.00	122.39
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2483	0.00	98.88
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2484	47.08	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2485	25.07	999.00
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2486	0.00	46.53
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2487	0.00	83.42
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2488	0.00	119.96
19	25.07	999.00	1269	71.91	999.00	2489	6.41	999.00
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

param datant:

	1	2	3	4:=					
1	0	0.05	0	0	2247	123.89	123.91	0	0.9298
2	0.05	0.13	0	0	2248	123.91	123.94	0	0.9298
3	0.13	0.16	0	0	2249	123.94	123.98	0	0.9298
4	0.16	0.19	0	0	2250	123.98	124	0	0.9298
5	0.19	0.21	0	0	2251	124	124.01	0	0.9298
6	0.21	0.22	0	0	2252	124.01	124.02	0	0.9298
7	0.22	0.23	0	0	2253	124.02	124.19	0	0.9298
8	0.23	0.32	0	0	2254	124.19	124.21	0	0.9298
9	0.32	0.33	0	0	2255	124.21	124.22	0	0.9298
10	0.33	0.4	0	0	2256	124.22	124.25	0	0.9298
11	0.4	0.44	0	0	2257	124.25	124.3	0	0.9298
12	0.44	0.46	0	0	2258	124.3	124.42	0	0.9298
13	0.46	0.47	0	0	2259	124.42	124.45	0	0.9298
14	0.47	0.51	0	0	2260	124.45	124.46	0.0702	1
15	0.51	0.55	0	0	2261	124.46	124.49	0	1
.	.	.	.	.	2262	124.49	124.55	0	1
.	.	.	.	.	2263	124.55	124.56	0	1
.	.	.	.	.	2264	124.56	124.62	0	1
.	.	.	.	.	2265	124.62	124.74	0	1
.	.	.	.	.	2266	124.74	125	0	1
.	.	.	.	.	2267	125	999	0	1;

\*Arxiu complet en el CD

## D2.5 The Data File per a time\_3 per l'Escenari II

param N:=2500;

param A:=2363;

param datmat:

	1	2:=						
1	0.00	53.00	1251	11.65	999.00	2471	26.40	999.00
2	31.19	999.00	1252	77.94	999.00	2472	6.86	999.00
3	0.00	95.27	1253	1.38	999.00	2473	68.23	999.00
4	0.00	116.06	1254	0.00	109.84	2474	0.00	87.34
5	27.49	999.00	1255	0.00	56.82	2475	35.20	999.00
6	0.00	77.88	1256	0.00	67.25	2476	0.00	106.84
7	0.00	76.06	1257	0.00	86.10	2477	22.46	999.00
8	0.00	56.80	1258	57.74	999.00	2478	0.00	107.56
9	0.00	112.48	1259	8.41	999.00	2479	1.49	999.00
10	54.26	999.00	1260	0.00	117.75	2480	0.00	35.71
11	0.00	123.24	1261	44.39	999.00	2481	3.49	999.00
12	0.00	116.31	1262	19.50	999.00	2482	0.00	122.39
13	0.00	91.85	1263	0.00	121.63	2483	0.00	98.88
14	43.95	999.00	1264	0.00	67.22	2484	47.08	999.00
15	41.62	999.00	1265	0.00	106.64	2485	25.07	999.00
16	31.77	999.00	1266	0.00	94.87	2486	0.00	46.53
17	0.00	60.98	1267	36.42	999.00	2487	0.00	83.42
18	14.71	999.00	1268	54.85	999.00	2488	0.00	119.96
19	25.07	999.00	1269	71.91	999.00	2489	6.41	999.00
20	0.00	35.57	1270	6.96	999.00	2490	30.90	999.00
.	.	.	.	.	.	2491	31.11	999.00
.	.	.	.	.	.	2492	37.87	999.00
.	.	.	.	.	.	2493	37.94	999.00
.	.	.	.	.	.	2494	32.61	999.00
.	.	.	.	.	.	2495	33.31	999.00
.	.	.	.	.	.	2496	92.03	999.00
.	.	.	.	.	.	2497	0.00	120.28
.	.	.	.	.	.	2498	0.00	104.21
.	.	.	.	.	.	2499	24.05	999.00
.	.	.	.	.	.	2500	59.36	999.00;

param datant:

	1	2	3	4:=					
1	0	0.05	0	0	2343	123.89	123.91	0	0.9298
2	0.05	0.13	0	0	2344	123.91	123.94	0	0.9298
3	0.13	0.16	0	0	2345	123.94	123.98	0	0.9298
4	0.16	0.19	0	0	2346	123.98	124	0	0.9298
5	0.19	0.21	0	0	2347	124	124.01	0	0.9298
6	0.21	0.22	0	0	2348	124.01	124.02	0	0.9298
7	0.22	0.23	0	0	2349	124.02	124.19	0	0.9298
8	0.23	0.32	0	0	2350	124.19	124.21	0	0.9298
9	0.32	0.33	0	0	2351	124.21	124.22	0	0.9298
10	0.33	0.4	0	0	2352	124.22	124.25	0	0.9298
11	0.4	0.44	0	0	2353	124.25	124.3	0	0.9298
12	0.44	0.46	0	0	2354	124.3	124.42	0	0.9298
13	0.46	0.47	0	0	2355	124.42	124.45	0	0.9298
14	0.47	0.51	0	0	2356	124.45	124.46	0.0702	1
15	0.51	0.55	0	0	2357	124.46	124.49	0	1
.	.	.	.	.	2358	124.49	124.55	0	1
.	.	.	.	.	2359	124.55	124.56	0	1
.	.	.	.	.	2360	124.56	124.62	0	1
.	.	.	.	.	2361	124.62	124.74	0	1
.	.	.	.	.	2362	124.74	125	0	1
.	.	.	.	.	2363	125	999	0	1;

\*Arxiu complet en el CD